

RESUMEN

El presente proyecto de graduación es un compendio de animaciones relacionadas con la unidad didáctica “Campo Eléctrico Estático y Dieléctricos” perteneciente al Electromagnetismo.

Mediante el uso del programa Modellus se han elaborado variadas animaciones, las mismas que se han clasificado en: Conceptuales, Ejercitativas y Lúdicas. Las primeras contienen conceptos, teorías, teoremas y modelos matemáticos de la subunidad mencionada; las segundas refuerzan el aprendizaje con la ayuda de ejercicios modelo y propuestos; mientras que las últimas complementan el aprendizaje, pues son juegos que incentivan el aprendizaje y desarrollan el razonamiento y la motricidad. Además de éstos, la presente cuenta con una síntesis bien elaborada de la “Educación Permanente”, los fundamentos básicos para el uso de Modellus y resúmenes breves referentes a cada uno de los temas que componen el “Campo Eléctrico Estático y Dieléctricos”.

PALABRAS CLAVE

- **Electromagnetismo**
- **Modellus**
- **Permitividad**
- **Dieléctricos**
- **Polarización**
- **Capacitancia**
- **Capacitores**
- **Rigidez Dieléctrica**
- **Energía de un capacitor Cargado**
- **Línea de carga**
- **Dos líneas de carga**
- **Divergencia de D**
- **Laplaciano de V**

Í N D I C E

Certificado.....	4
Dedicatoria.....	5
Agradecimiento.....	6
Introducción.....	7
La Educación Permanente.....	10
Introducción a Modellus.....	24
Presentación.....	35
Permitividad y dieléctricos.....	36
Polarización.....	44
Relaciones de frontera.....	51
Capacitores y capacitancia.....	57
Rigidez dieléctrica.....	65
Energía de un capacitor cargado. Densidad de energía.....	74
Línea de carga.....	80
Dos líneas de carga.....	87
Divergencia de D y laplaciano de V.....	97
Laplaciano de V e intensidad de campo.....	103
Conclusiones.....	108
Recomendaciones.....	109
Bibliografía.....	110

UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA



**“APRENDIENDO EL CAMPO ELÉCTRICO ESTÁTICO
Y DIELECTRICOS CON MODELLUS”**

**Tesis previa a la obtención
del título de Licenciada
en Ciencias de la Educación
en la especialidad de
Matemáticas y Física**

***DIRECTOR:* Dr. ALBERTO SANTIAGO AVECILLAS JARA**

***AUTOR:* NUBE MARICELA TENEMPAGUAY SAQUIPAY**

**CUENCA-ECUADOR
2011**

CERTIFICADO

**Yo, Nube Maricela Tenempaguay Saquipay,
certifico que todo el contenido
del presente trabajo es
de exclusiva responsabilidad del autor.**

.....

DEDICATORIA

Dedico la presente tesis de manera especial a mi querida madre Carmelina, quién con sus sabios consejos, me ha sabido guiar por las sendas del bien, a mis hermanas Guadalupe y Anita, por su incondicional apoyo y estima.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a mi Dios por la vida que me ha concedido, por guiarme en cada paso de mi vida y a mi familia por apoyarme en cada momento.

A todos mis profesores quienes con su meritorio esfuerzo, me han transferido sus conocimientos durante mi tiempo estudiantil, especialmente a mi Director de Tesis el Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara, quien mediante su profesionalismo, me guió paso a paso en la realización y culminación del presente trabajo.

Además quiero extender este agradecimiento a mis amigos y amigas que siempre me colaboraron en los momentos que más les necesité.

INTRODUCCIÓN

Vivimos en un mundo que está en constante cambio, donde la tecnología es el protagonista principal de nuestras vidas, razón por la cual los docentes, estudiantes y todas las personas que formamos parte de este mundo tenemos que actualizarnos permanentemente.

Es por eso, que este proyecto que les presento vincula software y elementos informáticos con la Matemática, permitiéndonos obtener como resultado un excelente software educativo, el cual ayudará a los estudiantes a vencer el miedo que le tienen a la Física, ellos mediante el uso de este programa podrán comprender de manera didáctica cada uno de los temas que comprenden la unidad denominada “Campo Eléctrico Estático y Dieléctricos”

Los docentes serán los más beneficiados al utilizar este tipo de software, ya que éste proporcionará dinamismo en las aulas de clase. Sus animaciones conceptuales, ejercitativas y lúdicas hechas en Modellus son interesantes e ilustrativas, puesto que este conjunto de animaciones facilitaran el aprendizaje y comprensión de los temas tan complejos que aquí se abordan.

DESCRIPCIÓN DE CADA TEMA

2.2.1 Permitividad y Dieléctricos: El primer tema contiene algunos conceptos importantes, los cuales nos servirán de base para el desarrollo de los temas posteriores; además se presenta una tabla que contiene un listado de dieléctricos o medio ambientes y sus respectivas permitividades relativas.

2.2.2 Polarización: Se presenta una explicación clara de lo que sucede en el interior de un dieléctrico al aplicar un campo eléctrico uniforme. También podemos encontrar las expresiones matemáticas para la polarización, densidad de flujo, permitividad relativa y susceptibilidad eléctrica.

2.2.3 Relaciones de frontera: Se hace un estudio muy detallado de lo que ocurre con la continuidad del campo eléctrico en la interfase de dos medios, este análisis se lo ha realizado por componentes: la una tangente a la interfase y la otra perpendicular o normal a la misma, aquí se presenta de manera ordenada cada una de las expresiones matemáticas más importantes de este tema.

2.2.4 Capacitores y capacitancia: Conceptos de capacitor y capacitancia. Se presenta el desarrollo de la ecuación matemática de la capacitancia para el caso de un capacitor de placas planas, y se da una explicación breve, detallada y clara de las diferentes formas de asociar un capacitor, ya sea este en serie, paralelo y mixto.

2.2.5 Rigidez Dieléctrica: En este tema se define Rigidez dieléctrica, además podemos encontrar una explicación de lo que ocurriría si aumentáramos gradualmente el campo eléctrico, ya sea en el caso de dos placas planas separadas por aire o conductores que terminan en punta; para concluir se ha colocado una tabla en la que se presentan algunas sustancias materiales y sus correspondientes rigideces dieléctricas.

2.2.6 Energía de un capacitor cargado. Densidad de energía: Mediante una explicación detallada y clara se define la ecuación matemática de la energía de un capacitor cargado y la densidad volumétrica de energía electrostática.

2.2.7 Línea de carga: Mediante una explicación y una gráfica se descubre la estructura del campo eléctrico alrededor de una línea de carga, aquí podemos encontrar las diferentes ecuaciones matemáticas del campo eléctrico, para el caso de una línea infinita y finita; la diferencia de potencial y capacitancia por unidad de longitud para el caso de los cables coaxiales.

2.2.8 Dos líneas de carga: Mediante una breve explicación y con la ayuda de un gráfico se desarrolla la ecuación del campo eléctrico para el caso de dos líneas cargadas; aquí también se han desarrollado las expresiones matemáticas de la diferencia de potencial y capacitancia por unidad de longitud para dos casos: el primero un cable eléctrico de dos líneas paralelas y el otro de una línea de transmisión de un solo conductor con retorno por tierra.

2.2.9. Divergencia de D y Laplaciano de V : En el penúltimo tema de manera muy ordenada se encuentra desarrollada una de las ecuaciones de Maxwell, la ecuación de Poisson y la ecuación de Laplace, este último expresado en los tres sistemas de coordenadas: cartesiana, cilíndrica y esférica.

2.2.10 Laplaciano de V e Intensidad de campo eléctrico: En el último de los temas, mediante una explicación corta, se pretende dar a conocer un nuevo método para la determinación de la intensidad de campo eléctrico.

EDUCACIÓN PERMANENTE

INTRODUCCIÓN:

La educación es considerada como una llave que abre puertas, pues esta debe llegar a todos los seres humanos, sin importar sus necesidades sociales, es decir sin discriminación; puesto que esta nos ayuda en la formación de una cultura general, en la que el educando valora la evolución y el esfuerzo de la humanidad, es por eso que la educación tiene como objetivo el desarrollo del sentido de responsabilidad, produciendo individuos capaces de enfrentar a la vida y a los obstáculos que se presentan a lo largo de ella.



Es por eso que a la educación se le considera como un proceso que capacita al individuo para actuar conscientemente frente a nuevas situaciones de la vida, aprovechando la experiencia anterior y teniendo en cuenta la integración, la continuidad y el progreso social. De esta manera le da cabida a la educación permanente, la cual es la consecuencia obligada para dar respuesta a las exigencias de la Sociedad de la Información, para alcanzar un mejor equilibrio entre el trabajo y el aprendizaje; así como para el ejercicio de una ciudadanía comprometida.

En efecto, el presente informe pone énfasis en la educación permanente puesto que la esperanza de la vida humana se ha prolongado considerablemente en los últimos decenios y los conocimientos avanzan constantemente; por eso, es preciso una continua actualización; puesto que las técnicas profesionales se ven afectadas por los cambios científicos y el aumento del tiempo de ocio, exige una alternativa formativa para su complementación. Es decir, si hablamos de educación permanente estamos afirmando, que no es un sistema paralelo al sistema oficial, sino que se extiende a lo largo de toda la vida del individuo e intenta el desarrollo de la vida personal, social y profesional.

LA EDUCACIÓN

La educación es un proceso que permite al individuo obtener un aprendizaje para un cambio en su persona y en la sociedad, por ello, su importancia resulta indiscutible, ya que el ser humano se convierte en dependiente de ella todos los días de su vida. Así mismo existen muchas maneras de ver y estudiar a la educación, cuyo análisis puede encargarse desde las perspectivas sociológica, biológica, psicológica y filosófica. Es por eso, que a la educación se le denomina como nuevo estilo de vida, porque está orientada hacia la persona y no hacia la institución; de esta manera rechaza la idea de que el aprendizaje formal es sólo para los jóvenes y la reemplaza por el convencimiento de que dura toda la vida. Este nuevo sistema desecha la idea de que el aprendizaje se efectúa principalmente por medio del estudio formal, dentro de un currículo reglamentado, sino que establece que la educación combina el aprendizaje y la acción, que une el estudio, con la experiencia y la actividad.



Al hablar de educación, estamos hablando de progreso, cambio, unión entre culturas y sociedades, donde el hombre demuestra su solidaridad social de una manera humilde y sólida. Por lo consiguiente “puede decirse que la educación es un proceso que tiende a capacitar al individuo para actuar conscientemente frente a nuevas situaciones de la vida, aprovechando la experiencia anterior y teniendo en cuenta la integración, la continuidad y el progreso social” (Imideo G. Neric, 1969).

A través del tiempo, la forma de educar ha ido cambiando pero su esencia aun está ahí, la cual lleva al hombre a encontrarse con la realidad, para que en ella actúe conscientemente, con eficiencia y responsabilidad, con miras, a la satisfacción de necesidades, aspiraciones personales o colectivas, y al desarrollo espiritual de la criatura humana, siempre enfatizando la vivencia, la reflexión, la creatividad, la cooperación y el respeto por el prójimo.

La educación ha vivido transformaciones, de la cuales el hombre ha retomado experiencias; gracias a ello se ha creado una sociedad más estable y sólida, de tal manera que la educación ha ido retomando características y la sociedad se ha ido favoreciendo con estas; manteniendo una estrecha y fuerte relación entre las culturas del mundo, cultivando una paz justa e incondicional y convirtiéndose en una educación pacífica. De esta manera se comprende que la sociedad es la parte más importante

de la educación, porque esta, orienta a la comunidad para una mejor funcionalidad social y económica, realzando su característica orientadora de la comunidad.

Es por eso que en el Ecuador, se ha adoptado la característica de una educación gratuita y obligatoria; en el cual, el gobierno tiene el compromiso y la obligación de facilitarla a la población, a su vez el individuo tiene el deber de llevarla a cabo y ejercitarla como mejor le convenga.

Todas estas características propias de la educación, nos demuestran que está a favor y al servicio de la humanidad, donde en muchas ocasiones no la sabemos aprovechar y darle un buen uso a esta; por lo tanto, aún falta trabajar, pues la educación como la sociedad tendrán que pulirla juntos.

Los objetivos de la educación son varios, pero el primordial, es la atención a todos los individuos, debido a que esta debe llegar a todos los seres humanos, sin importar las posibilidades de cada uno y las necesidades sociales en que se encuentren; además que la formación de una cultura general, es muy importante para el individuo, para que él o ella, valore la evolución y el esfuerzo de la humanidad, incluso que se sienta integrante de esta.

Como sabemos, la belleza del ser humano facilita aun más la integración de la sociedad, es por eso que la educación apunta hacia una formación estética, puliendo la belleza con que cuenta cada persona, quien depende de la sociedad que lo rodea y de su cultura. Pero todo esto no se podría llevar a cabo si todos los seres humanos fueran irresponsables e incapaces de aceptar sus errores, por ello la educación desarrolla el sentido de responsabilidad, produciendo individuos capaces de enfrentar los obstáculos que se presentan a lo largo de su vida.

LA EDUCACIÓN PERMANENTE

La educación permanente es considerada como aquel movimiento que pretende llevar a la educación a todos los niveles y estadios de la vida del ser humano, para que a cada persona le sea posible tanto recibirla como llevarla a cabo, pues actualmente es considerada como una de las revoluciones más importantes en el plano pedagógico.



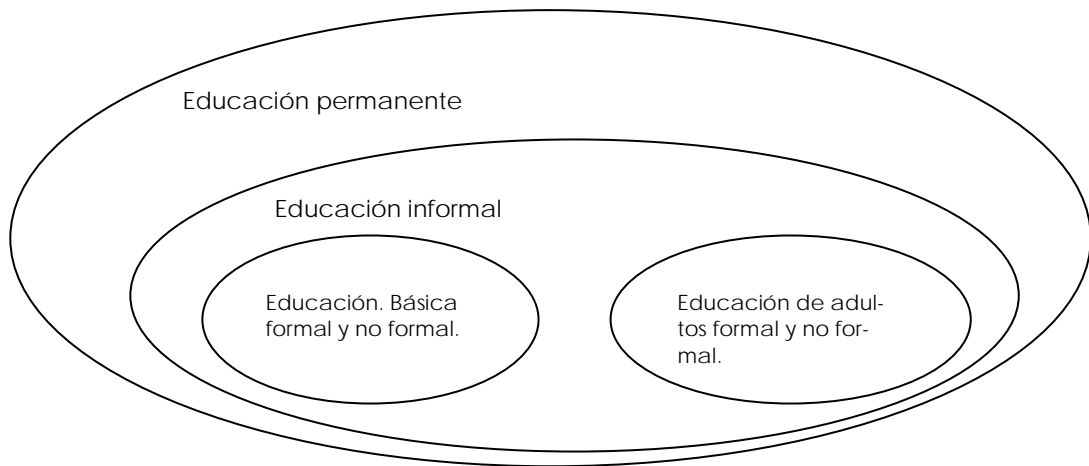
Desde el inicio de la educación se vio la necesidad de que ésta se lleve a cabo a lo largo de toda la existencia, por ejemplo Platón (427-348 a. J.C.), sostuvo que la educación debía prolongarse hasta los cincuenta años. Siglos más tarde, Comenio (1592-1670) asoció a la noción de educación a las ideas de continuidad, integralidad y universalidad.

Desde entonces se ha ido desarrollando procesos, técnicas y procedimientos cada vez más complejos y sistemáticos, apreciándose así las formas de trasladar la cultura de unas generaciones a otras.

Con esto podemos afirmar que no es nada nuevo decir que vida y aprendizaje caminan juntas. En las sociedades primitivas ya se transmitía el legado cultural de forma oral de unas generaciones a otras. Por su parte, las sociedades agrarias desarrollaron un sistema de transmisión de saberes productivos, al que se vinculaba un conjunto de prácticas y valores sociales, políticos y religiosos que regulaban los sistemas de vida colectiva. Este reconocimiento de la necesidad de una educación que abarque desde el nacimiento hasta la muerte puede encontrarse en los primeros textos conocidos por la humanidad, por ejemplo el Antiguo Testamento, el Corán y otros libros sagrados reflejan, en sus particulares enfoques, la posibilidad de humanidad y la necesidad de aprender a lo largo de la vida. Es por eso que se dice que el principio de la elaboración de modelos y la producción de medios cercanos a la Educación Permanente se suelen situar en el siglo XVIII, con las influencias de la Ilustración.

La Educación Permanente es una idea que nació entre los especialistas y los animadores de la educación de adultos, en medios externos al sistema escolar y universitario tradicional y también del contacto con la realidad social y económica de la vida, pues la noción de este, se extendió en consecuencia considerable y se amplió a lo largo de los años. Sus relaciones con la Educación para Adultos no son exclusivas pero de este origen parcial ha conservado algo muy importante: el sentimiento de que el sistema de educación actual, tal como está institucionalizado no es suficiente.

La influencia de la implantación de la Educación Permanente, se da por las iniciativas promovidas por la Iglesia Luterana, el nuevo orden político preconizado por la Revolución francesa y la Revolución Industrial, pero el organismo que ha contribuido en mayor medida a impulsar y desarrollar este ámbito de la educación ha sido la Unesco, con algunas conferencias internacionales organizadas sobre este tema, cuya aportación singular es el hecho de considerar la educación de adultos como un subconjunto del proyecto global de educación permanente, dando paso a las actividades «voluntaristas», esporádicas y asistemáticas que se transformaron y alcanzaron mayores niveles de organización e institucionalización.



CONCEPTO DE EDUCACIÓN PERMANENTE

El concepto de educación a lo largo de la vida es un elemento clave del nuevo siglo y conduce a la noción de “*sociedad educativa*” o “*sociedad del conocimiento*”, en la que todo puede ser ocasión para aprender y desarrollar las capacidades del individuo.



Cuando se habla de educación permanente no estamos hablando de un sinónimo de Enseñanza de Adultos, aunque ambas disciplinas ofertan una educación posterior a la edad escolar, la diferencia es que la Educación para adultos se centra en una determinada etapa de la vida; la edad adulta, mientras que la Educación Permanente lo que pretende es la adquisición de conocimientos y destrezas de forma continua a lo largo de la vida de la persona, para que esta pueda adaptarse a los cambios que se da a su alrededor, de este modo, se da un mejor desarrollo integral de la persona y una mayor calidad de vida.

Hasta no hace mucho tiempo, se defendía que el proceso de enseñanza debía centrarse, únicamente, en etapas concretas –la niñez y la juventud. Se hacía hincapié en que el sujeto aprendiera en dicho período todo lo que fuera a necesitar, puesto que ésta era la única etapa de la vida en la que se podían adquirir conocimientos. De este modo, el desarrollo de destrezas, habilidades y actitudes que facilitarían a la persona el aprender a aprender quedaba relegado a un segundo plano.

Es por eso que el aprendizaje permanente constituye en la actualidad el principio rector de las estrategias de política para alcanzar objetivos que incluyen desde el

bienestar económico de los países y la competitividad hasta la realización personal y la cohesión social, que concierne a todos los pueblos y naciones, independientemente de su nivel de desarrollo, razón por la cual cuenta con un respaldo cada vez mayor de los gobiernos, de las organizaciones de financiación y de las organizaciones internacionales, que buscan poner en el mismo nivel el capital cultural y el humano.

Hay quienes ponen en duda que las sociedades humanas pueden alcanzar el objetivo de una sociedad cognitiva, pero la caracterización del aprendizaje permanente está hecha con una visión optimista de que en todas las etapas de la vida es posible adquirir nuevas habilidades, lo cual se distingue de la visión más circunscripta y pesimista de la capacitación que se desprende de la actual enseñanza institucionalizada.

Las teorías y modelos sobre cómo podría ser una sociedad cognitiva cubren toda una gama de propuestas desde aquellas según las cuales la totalidad de la experiencia del aprendizaje se rige por la lógica del mercado y de la utilidad económica, hasta propuestas cuyo principal objetivo es el bienestar personal, la participación activa en la vida ciudadana y la potenciación del individuo a fin de que pueda elegir verdaderamente su trayectoria (Duman, 1999). Entre estas dos posturas extremas en el debate sobre el aprendizaje permanente hay una multitud de posturas intermedias.

En un extremo del espectro conceptual, el eje formado por la realización personal y el bienestar social se inspira en parte en la obra de Paulo Freire relativa a la alfabetización y el desarrollo cultural como medios para aumentar la toma de conciencia individual y colectiva. En el enfoque de Freire no se considera el crecimiento económico como una condición sino más bien como una consecuencia probable de la concienciación personal y comunitaria. Por su énfasis en la justicia social, en la diferencia social y en la transformación social, es frecuente que se designe a las ideas de Freire con la expresión de «pedagogía crítica» (Mayo, 1999); éstas exigen al educador un papel completamente distinto al que la mayoría de la gente suele asociar con la educación formal y sobre todo con la educación escolar, es decir, que el educador y el educando intercambian sus papeles, y aprendan el uno del otro.

Las teorías posmodernas acerca del final de las clases sociales y las teorías económicas sobre la formación del capital humano conforman el polo opuesto que basa el aprendizaje permanente principalmente en la necesidad económica. La idea de estas teorías es que el aprendizaje es tanto más útil cuanto que está vinculado con la obtención o el mantenimiento del empleo o de una mejora general de la economía. Sin duda alguna, la educación y las calificaciones superiores a menudo son la clave para aumentar los ingresos y el bienestar individuales.

Desde una perspectiva histórica, podemos distinguir tres fases sucesivas de elaboración del concepto de Educación Permanente. La ampliación de la idea de educación de modo que abarque el concepto de desarrollo humano permanente se expande tan rápidamente que ya no se puede confiar en los métodos tradicionales y es esencial adoptar una nueva serie de enfoques para la familia, la escuela, la corporación y la comunidad. Bajo estos imperativos subyace el compromiso básico de la búsqueda de identidad personal de los grupos e individuos.

Además que la dimensión permanente de la educación es la consecuencia obligada para dar respuesta a las exigencias de la Sociedad de la Información, que tiene en el cambio una de sus principales características.

La educación a lo largo de la vida debe ofrecer los medios para alcanzar un mejor equilibrio entre el trabajo y el aprendizaje, así como para el ejercicio de una ciudadanía comprometida (Delors, 1996).

Las razones de la necesidad de un aprendizaje permanente son varias (Puig y Trilla, 1985): la esperanza de la vida humana se ha prolongado considerablemente en los últimos decenios; los conocimientos avanzan constantemente y es precisa una continua actualización; las técnicas profesionales se ven afectadas por los cambios científicos y el aumento del tiempo de ocio exige una alternativa formativa para su complementación. La educación permanente no es un sistema paralelo al sistema oficial, se extiende a lo largo de toda la vida del individuo e intenta el desarrollo de la vida personal, social y profesional.

Además que las características de la nueva economía exigen trabajadores con un alto nivel de cualificación y con capacidad de iniciativa. Deben ser capaces de actualizarse periódicamente en habilidades, conocimientos y formas de pensar en un puesto de trabajo en el que va a desarrollar tareas variables, dentro de un entorno de negocios en continua evolución. La mayor autonomía en el desempeño del trabajo requiere un tipo concreto de formación que aumenta las exigencias sobre los sistemas educativos. Para Castells (2001:109): *“... la ‘e-conomía’ requiere el desarrollo del ‘e-learning’ como un compañero imprescindible durante la vida profesional de la persona. Las características más importantes de este proceso de aprendizaje son, por una lado, aprender a aprender, ya que la mayor parte de las informaciones específicas quedaran obsoletas en pocos años, dado que nos movemos en una economía que cambia a la velocidad de Internet. La otra característica consiste en estar capacitado para transformar la información obtenida durante el proceso de aprendizaje en conocimiento específico”*. En opinión de Touriñán, estamos obligados a afrontar el reto de la educación permanente en la Sociedad de la Información lo que plantea tres problemas específicos: a) accesibilidad a los nuevos medios y, sobre to-

do, nuevas formas de gestión y organización derivadas de las nuevas tecnologías; b) receptividad, lo que implica una actuación planificada de la administración a favor del desarrollo profesional y la formación y c) resultados y flexibilidad derivadas de las nuevas condiciones del uso del tiempo, espacio e información.

PRINCIPIOS DE LA EDUCACION BASICA:

Según Escotet, la misión fundamental de la educación permanente es “*enseñar a aprender, inculcar que el aprendizaje no es terminal y preparar al hombre para que después de dejar el sistema formal de la educación siga aprendiendo*”.

En consecuencia sus principios básicos son los siguientes:

- ❖ La educación permanente es un proceso continuo a lo largo de toda la vida.
- ❖ Todo grupo social es educativo: la educación permanente reconoce como organismo educativo a toda institución social o grupo de convivencia humana en el mismo nivel de importancia.
- ❖ Universalidad del espacio educativo: en cualquier lugar puede darse la situación o encuentro educativo.
- ❖ La educación permanente es integral: se defina a sí misma desde la persona ubicada en una sociedad y tiempo determinado. Se interesa por su total desarrollo y crecimiento en todas sus posibilidades y capacidades.
- ❖ La educación permanente es un proceso dinámico y flexible en sus modalidades, estructuras, contenidos, métodos ya que debe partir de un contexto social específico al servicio de grupos determinados y para determinados fines dentro del trabajo.
- ❖ La educación permanente es un proceso ordenador del pensamiento con vistas a que la persona ordene y se sirva de sus múltiples conocimientos acumulados de manera que puedan comprender su sentido, dirección y utilidad.
- ❖ La educación permanente tiene un carácter integrador: debe estar coordinada con los restantes sistemas (político, económico, etc.) que conforma el macrosistema social.
- ❖ La educación permanente es un proceso innovador, ya que busca nuevas fórmulas que satisfagan de manera eficaz, adecuada y económicamente las necesidades del presente y del futuro inmediato.

La formación permanente es imprescindible para responder con éxito a los retos de una sociedad y una economía basadas en el conocimiento.

La Unión Europea define el aprendizaje permanente como *“toda actividad de aprendizaje realizada a lo largo de la vida con el objetivo de mejorar los conocimientos, las competencias y las aptitudes con una perspectiva personal, cívica, social o relacionada con el empleo”*. La amplitud de esta definición hace también hincapié en toda la gama de actividades de aprendizaje formal, no formal e informal.

Objetivos del aprendizaje permanente

Los objetivos del aprendizaje permanente deben ser, por un lado, capacitar a los ciudadanos para que puedan hacer frente a los retos de la sociedad del conocimiento, moviéndose libremente entre entornos de aprendizaje, empleos, regiones y países distintos con el fin de aprender y, por otro, cumplir las metas y ambiciones de prosperidad, integración, tolerancia y democratización. En coherencia con estos fines, los principios fundamentales del aprendizaje permanente son:

- (a) el papel central del alumno en sus experiencias de aprendizaje;
- (b) la igualdad de oportunidades
- (c) la importancia de la calidad y la pertinencia.

Propósitos de la educación permanente.

El contraste entre la visión de una educación necesaria a lo largo de toda la vida y la situación actual establece los siguientes propósitos:

1. *Propósito de la apertura de nuevas y múltiples dimensiones educativas:* la educación permanente debe permitir a todos los jóvenes y adultos:

- a. La adquisición de las competencias básicas de aprendizaje, incluyendo, como indispensables, una nueva alfabetización tecnológica y una digital
- b. La educación básica obligatoria para quienes no la obtuvieron en su oportunidad.
- c. El acceso abierto y flexible a los niveles posteriores a la educación básica.
- d. La educación profesional continúa.
- e. La formación y la capacitación para y en el trabajo.



Por otra parte, debe profundizar y continuar:

f. La educación ciudadana, con énfasis particular en los derechos humanos, los procesos democráticos, las relaciones con la ley, los trámites públicos, el reconocimiento de la pluralidad el respeto a la diversidad y el respeto al medio ambiente.

g. La educación para mejorar las condiciones cotidianas de existencia, con énfasis particular en aspectos tan trascendentales como la educación para la salud y la reproducción, la prevención de adicciones, las relaciones afectivas y emocionales en la familia, la autoestima y el conocimiento de sí mismo o en aspectos tan inmediatos como los diversos rubros de una mejor economía y organización doméstica.

h. La educación para la superación personal y colectiva y para el tiempo libre.

La educación permanente debe reconocer nuevos tipos y fuentes de conocimiento más allá de lo escolar, partir de las necesidades de aprendizaje de los jóvenes y adultos, ser diversa y amplia, pertinente, accesible, no cronológica, flexible y abierta. Esta educación sucede en una amplia variedad de lugares y espacios, reconoce el aprendizaje no formal, se basa en métodos abiertos, flexibles, a distancia y utiliza al máximo las mejores técnicas de información y telecomunicación.

2. Propósito de la equidad.

Cada vez más el acceso al conocimiento será factor de inclusión y de participación laboral y ciudadana. El país se caracteriza fundamentalmente por la enorme desigualdad en las condiciones socioeconómicas de vida, en las condiciones de trabajo y en el acceso a la escolaridad formal. El grado de escolaridad alcanzado, a su vez, es factor determinante en la capacidad de beneficiarse de nuevas oportunidades educativas. El reto se magnifica. La educación permanente deberá atender de manera prioritaria a los sectores de población con escasa escolaridad y en condiciones de pobreza, con la finalidad de reducir las brechas de escolaridad y conocimiento que separan a la población del país.

3. Propósito de una nueva institucionalidad de la educación permanente.

Al modificar tan radicalmente todos los renglones básicos de la educación escolar en lo referente a la definición del conocimiento válido, sus formas de distribuirlo, de evaluarlo y de certificarlo, la educación permanente requiere de *una nueva institucionalidad* que permita coordinar, estimular, impulsar fortalecer, regular y evaluar *redes y estructuras abiertas* que se generen y operen a escala municipal, estatal y nacional por distintos actores públicos y de la sociedad civil. Una educación permanente con el alcance propuesto sólo será posible con la amplia participación coordinada, abierta y flexible de muy diversos actores de los organismos públicos, de los centros de trabajo, de las organizaciones de la sociedad civil y de los medios masivos de comunicación. Actualmente existen múltiples instituciones con muy dife-

rentes jerarquías y naturaleza institucionales, públicas, privadas y de la sociedad civil, que realizan acciones de educación para jóvenes y adultos. Lo hacen con recursos desiguales, en general muy escasos y con niveles de calidad y de eficiencia que la mayor parte de las veces no se han evaluado.

4. Propósito de una nueva base pedagógica.

La educación permanente requiere de un sustento pedagógico que permita desarrollar propuestas curriculares que respondan a demandas y procesos de formación locales, derivados de las necesidades grupos muy heterogéneos y diversos de jóvenes y adultos; que experimente y evalúe la diversidad de métodos y medios, en particular el uso de las nuevas tecnologías de información y comunicación; que se base en el conocimiento científico sobre los procesos de aprendizaje de los jóvenes y adultos; y que establezca de manera congruente las modalidades de certificación de conocimientos y competencias. Uno de los desafíos más importantes al respecto es el que refiere al fortalecimiento de los perfiles de los educadores de jóvenes y adultos en todas las dimensiones señaladas, función que hasta la fecha ha recaído en instructores solidarios escasamente calificados para ello. Implica también el reconocimiento de nuevos perfiles profesionales necesarios para impulsar la educación permanente en toda su extensión.

Entre el reto institucional y el pedagógico se encuentra el desafío de diseñar los mecanismos que permitan integrar la multiplicidad de ofertas frente al joven y el adulto como sujetos únicos de aprendizaje, con historias de vida y condiciones específicas.

5. Propósito de la cobertura.

La visión de la educación permanente establece como demanda potencial a toda la población joven y adulta del país, en diferentes dimensiones educativas y para muy distintas finalidades. Se trata de una población de millones de adultos entre la que destaca aquellos que no alcanzaron la educación básica obligatoria y quienes no alcanzan ninguna capacitación para y en el trabajo. Dada la naturaleza de la educación permanente, el reto de la cobertura implica el establecimiento de muy diversas modalidades y tipos de espacios de atención en tiempos abiertos y flexibles. El uso eficiente de las nuevas tecnologías de información y comunicación deberá jugar un papel fundamental en esta cobertura

6. Propósito de las equivalencias.

El nuevo concepto de educación permanente implica la posibilidad de que los conocimientos y las competencias adquiridos por la población de muy distintas maneras y en muy distintos espacios sean reconocidos y certificados para permitir un tránsito fluido de los jóvenes y adultos entre los distintos niveles y modalidades escolares y entre estos y los centros de trabajo. Lo anterior implica un complejo proceso de consenso interinstitucional sobre los múltiples valores que adquieren los distintos tipos de conocimiento para diferentes fines, independientemente de los procesos que la población haya seguido para adquirirlos.

7. Propósito de una nueva base financiera

Este nuevo concepto de educación requiere de una base financiera que consolide los recursos públicos necesarios para impulsar el proyecto con la participación de la federación, los estados y los municipios; que incluya aportes específicos de las empresas y los sectores lucrativos del país; que gestione recursos internacionales; y que propicie la canalización de fondos para los procesos locales y la participación de grupos no lucrativos organizados de la sociedad civil.

8. Propósito de una nueva base comunicacional

La base comunicacional debe estar orientada a estimular y motivar a la población joven y adulta para participar en las oportunidades de educación permanente, a informar de manera transparente del uso y eficiencia de los recursos que se le destinen y a establecer una nueva relación con los medios de comunicación masiva.

9. Propósito de la descentralización

Al igual que muchas otras políticas y programas, la educación permanente requiere ser atendida con mayor autonomía en la escala de lo estatal e incluso lo municipal. Ello conlleva mayor pertinencia y calidad de la atención dada a los adultos, pero también mayor corresponsabilidad y una adecuada redistribución de las atribuciones y facultades de los distintos niveles de gobierno de manera que lo local, no por ello deje de tener validez nacional.

Con el paso del tiempo la sociedad ha ido adoptando importantes cambios en la manera de actuar tanto de cara a la realidad como con las demás personas. A causa de los avances científicos y tecnológicos también se da lugar a que las personas vayan cambiando los valores y la ideología, así como los nuevos órdenes políticos y económicos.

En años anteriores la educación permanente estaba orientada a la edad adulta pero hoy en día esto está cambiando, ya que el constante cambio en sectores tecnológicos, económicos y sociales hace que se necesite de una actualización permanente. Tal y como se afirma en el informe Delors "la educación... abarca desde la infancia hasta el final de la vida", indicándose cuatro aprendizajes básicos para aquel que aprende a lo largo de toda la vida:

- ♣ Aprender a conocer y adquirir los instrumentos de la comprensión.
- ♣ Aprender a hacer e influir en el entorno propio.
- ♣ Aprender a vivir juntos, a cooperar con los demás participando en las actividades sociales.
- ♣ Aprender a ser personas autónomas y críticas capaces de formular juicios propios y hacer frente a las circunstancias de la vida.

Encontramos en la tecnología una buena fuente de motivación a la hora de aprender, ya que el control del aprendizaje recae sobre la persona que aprende y sobre el propio proceso de aprendizaje, sin tener en cuenta la edad del sujeto al que va dirigido.

El aprendizaje llevado a cabo por las nuevas tecnologías se convierte en un proceso más significativo ya que:

- * El aprendizaje pasa a ser interactivo.
- * El aprendizaje se realiza a través del descubrimiento y la construcción.
- * El aprendizaje se centra en quien aprende, no en quien enseña.
- * Lo más importante es cómo se aprende y cómo se busca información.
- * Se profundiza en el aprendizaje personalizado.
- * El profesor es un facilitador y un guía de los aprendizajes.

Los aprendizajes que se construyen a lo largo de toda la vida se dan en un proceso en el que intervienen y participan las personas que aprenden, por ello, no nos equivocamos al afirmar que las nuevas tecnologías pueden favorecer en gran medida dichos aprendizajes ofreciendo ventajas como:

- Posibilidad de elegir los espacios según sus necesidades personales e incluso aprender a distancia.
- Existe flexibilidad en los ritmos de aprendizaje de forma personal.
- El incremento de información con mayor rapidez.
- El desarrollo del aprendizaje colaborativo mediante el debate y la argumentación colectiva.

La educación para todos, empezando por los que piensan que con el ordenador está ya todo resuelto. Y supone también que la educación desarrolle el autodomínio, el pensamiento crítico y la creatividad, lo que requiere la intervención, antes del ordenador, de los padres y de los enseñantes.

La educación permanente es además un medio de supervivencia para muchas personas debido a que no solo se requiere de la educación formal para poder desenvolverse adecuadamente en el ámbito laboral, se requiere de aprendizajes extras que complementen o ayuden a cubrir los requerimientos de las personas para ser competentes y al mismo tiempo el ser competentes da a las personas oportunidades para una mejor calidad de vida, tanto en el ámbito personal y monetario, como en el ámbito laboral y de relaciones sociales.

El ser humano continuamente conoce, descubre, modifica, inventa; es decir, el ser humano todo el tiempo aprende a esto se le llama educación permanente, al continuo avance y desarrollo personal que lleva al individuo a la plenitud.

La educación permanente toma en cuenta la estructura y necesidades de la educación y comprende a la educación formal, no formal e informal, además es abierta y flexible es decir las personas eligen sus aprendizajes de acuerdo a su edad y a sus necesidades. La educación permanente es el puente que une la educación escolar con la educación extraescolar y es lo que permite a las personas cubrir sus inquietudes educativas para convertirse en personas competentes.

Conclusión

La visión del aprendizaje permanente tiene presentes dos preocupaciones, la prosperidad económica y la estabilidad social. Por un lado, la importancia de la educación y de la formación para el desarrollo de las calificaciones se está acelerando. El aumento del comercio y de las corrientes de capital que engloba el término de mundialización, las presiones competitivas, y la constante necesidad de ajustarse a los rápidos e incesantes cambios tecnológicos fomentan una demanda cada vez mayor de mano de obra altamente calificada y adaptable. Estos cambios se observan fácilmente en la evolución de los procesos industriales que anteriormente requerían mucha mano de obra y tenían poco valor añadido y que ahora son más intensivos en capital y son altamente sofisticados, en la evolución de economías que anteriormente eran en gran parte industriales y ahora están orientadas a los servicios y en el sector de los servicios se observa una evolución que favorece las aplicaciones de la comunicación y la información.

Al mismo tiempo, el cambio constante de las dimensiones y la estructura de los sectores económicos sujetos a la competencia mundial no sólo local o nacional, exige o incita a los trabajadores a ser más adaptables a nuevas formas de organización del trabajo, a nuevos empleos y a nuevas carreras si no desean quedarse desempleados durante largos períodos. Los países con altos ingresos pueden proporcionar varios niveles de redes de seguridad social para amortiguar el cambio, pero a menudo son de duración limitada y además son costosos. La gran mayoría de los países en desarrollo o bien no tiene recursos, o bien ha optado por no dotarse de un amplio sistema de seguridad social. Se ha señalado el riesgo que constituye la creciente estratificación del lugar de trabajo si no se amplía y profundiza la enseñanza; la idea de que el lugar de trabajo del futuro estará en manos de una elite educada y formada para administrar un creciente pero intercambiable ejército de trabajadores ocasionales y en régimen de tiempo parcial. La estratificación de los ingresos, la exclusión social y los problemas sociales conexos (delincuencia, estupefacientes, etc.) resultantes de esta situación indican que el aprovechamiento máximo de las oportunidades económicas, individuales y colectivas, la reducción de los costos humanos y sociales del cambio y las medidas para garantizar la base de un futuro democrático van de la mano con las reflexiones sobre la transformación de los sistemas educativos en un aprendizaje permanente accesible a todos.

INTRODUCCIÓN A MODELLUS

(Herramienta para la Modelización de Sistemas)

1. Introducción

Modellus es una herramienta orientada a la simulación y modelización de sistemas válida para el estudio de diversas materias dentro de los currícula de Educación Secundaria, Bachillerato y Formación Profesional. Sus autores la han concebido como instrumento de apoyo en el aula y con ese objetivo es que se explica su funcionamiento y uso para profesores y estudiantes.

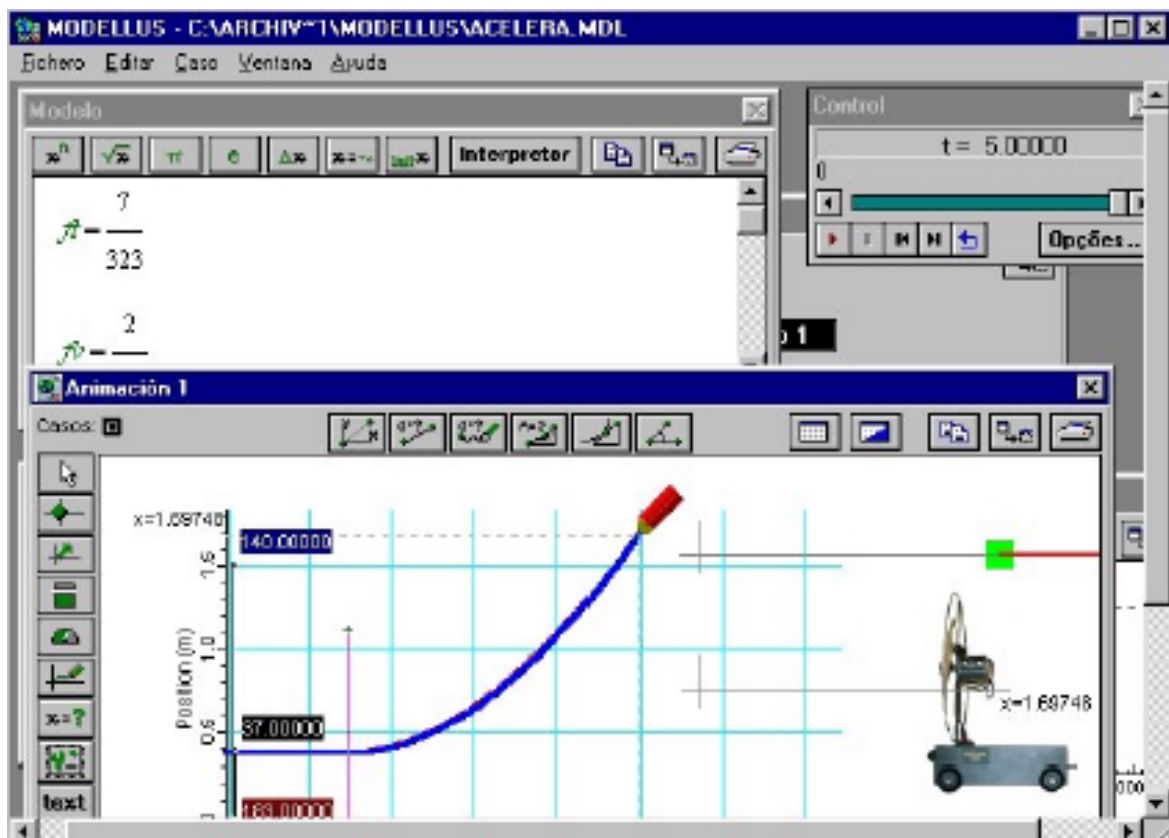
Modelo matemático

Sabemos que los diversos fenómenos que se estudian en las materias del área de ciencias pueden explicarse y representarse mediante su modelo matemático. Este modelo recogerá el comportamiento del sistema tanto en su aspecto temporal (evolución a lo largo del tiempo) como en su aspecto puramente matemático (cálculo de valores). Modellus está orientado a los modelos temporales de tal manera que con él se puede estudiar el comportamiento dinámico de los distintos sistemas. Este comportamiento se podrá estudiar mediante la simulación en distintos escenarios “casos” en cada uno de los cuales cada uno de los parámetros o constantes del modelo pueden ser modificados. Tal sería el caso del estudio de la caída de un cuerpo en distintos planetas del sistema solar con distintas fuerzas de gravedad, o el comportamiento de un muelle con distintas constantes de elasticidad.

La modelización de cualquier fenómeno o sistema se apoya en la observación de los fenómenos que lo caracterizan, razón por la cual, en la medida que podamos reproducir esos fenómenos y experimentar con ellos, podremos comprender con más claridad el modelo. El estudio del modelo se realizará siempre en orden creciente de complejidad de tal forma que en una primera fase se tendrán en cuenta los aspectos más relevantes para posteriormente derivar hacia un modelo más perfecto a través de un método de “refinamiento”. Según lo define uno de sus autores (V. D. Teodoro), Modellus es, bajo el punto de vista computacional, un micromundo computacional para estudiantes y profesores a la vez, basado en un método de programación en el que el usuario escribe en la “Ventana de modelo”.

2. Estructura Básica de Modellus.

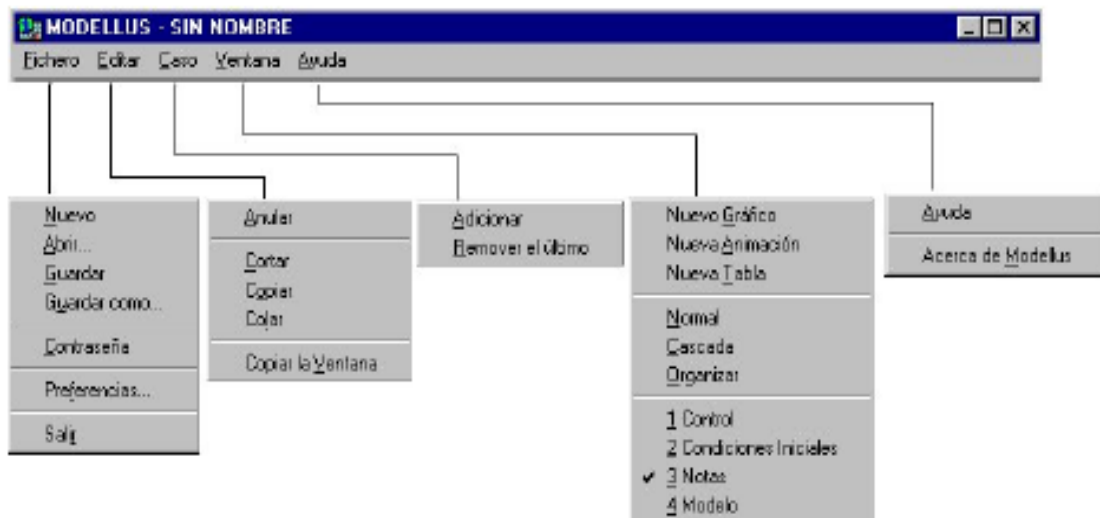
Modellus presenta un entorno muy “amigable” basado en una serie de ventanas, cada una de las cuales recoge o muestra una serie de informaciones muy concretas. En la figura vemos una imagen del entorno; las ecuaciones matemáticas se escriben de la misma manera que lo haría en el papel.



Por ser una aplicación que trabaja en Windows, aprovecha todas las ventajas del entorno y esto facilita su manejo. La versión que explicamos en este trabajo es la V:2.01 de 2000.

Las ventanas permiten la modificación de su tamaño y al activarlas pasan a primer plano colocando en segundo plano a las que estén dentro de su área; del mismo modo las ventanas se pueden mover dentro de la pantalla.

Menú de Modellus:



El menú que presenta el entorno consta de cinco opciones principales:

Fichero
 Editar
 Caso
 Ventana
 Ayuda

Fichero: Con la opción Fichero podemos realizar las siguientes operaciones:

Nuevo: Crear un nuevo modelo.

Abrir: Leer un modelo del disco (ya creado).

Guardar: Guardar modelo en un fichero con el mismo nombre que tenga.

Guardar Como: Grabar un fichero con el nombre que le queramos dar.

Contraseña: Poner una clave al modelo de tal manera que no se puedan modificar los datos de las ventanas de animación y modelo.

Preferencias: Configurar ubicación de ficheros.

Salir: Salir y abandonar el programa.

Editar: Permite las operaciones de edición comunes a cualquier herramienta.

Anular: Anula la última operación de edición realizada

Cortar: Permite cortar el objeto seleccionado y lo coloca en el portapapeles.

Copiar: Copia el objeto seleccionado al portapapeles.

Copiar la Ventana: Copia todo el contenido de la ventana en la que estemos y lo deposita en el portapapeles.

Caso: Esta opción presenta dos posibilidades:

Adicionar: Añade un caso en la ventana de condiciones.

Remover el último: Quita el último de los casos añadidos, téngase en cuenta que al menos debe existir un caso en la ventana de condiciones.

Ventanas: Esta opción presenta las siguientes acciones encaminadas a la creación de ventanas dentro del modelo.

Nuevo Gráfico: Crea una nueva ventana de gráfico.

Nueva Animación: Crea una nueva ventana de animación.

Nueva Tabla: Crea una nueva ventana de tabla.

Normal: Sitúa las ventanas en la pantalla en modo normal

Cascada: Sitúa las ventanas en la pantalla en cascada.

Organizar: Sitúa las ventanas en pantalla de forma organizada.

1 Control: Activamos la ventana de control.

2 Condiciones Iniciales: Activamos la ventana de condiciones iniciales.

3 Notas: Activamos la ventana de notas.

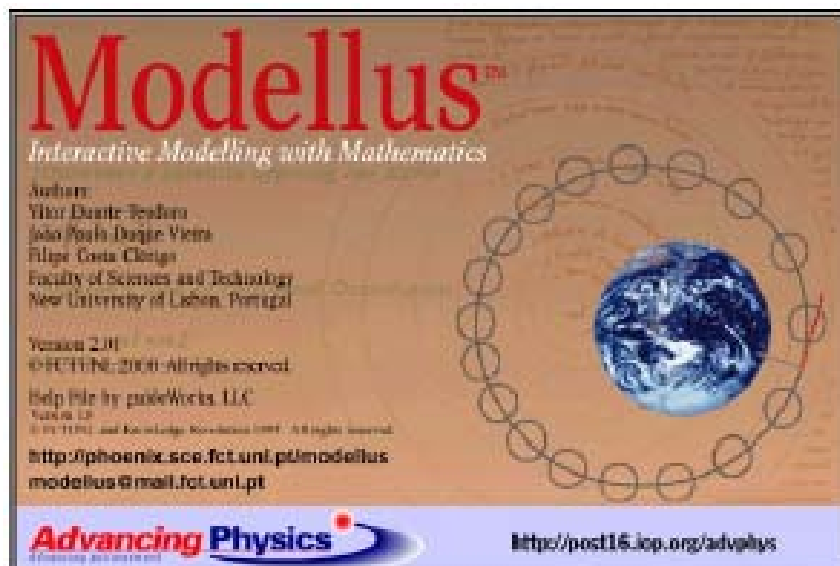
4 Modelo: Activamos la ventana de modelo.

Las ventanas que se van creando aparecerán en esta opción del menú con números consecutivos a partir del 4, téngase en cuenta que las ventanas 1, 2, 3 y 4 no se pueden eliminar.

Ayuda: Muestra las opciones siguientes:

Ayuda: Nos despliega la ventana de ayuda.

Acerca de Modellus: Esta opción nos presenta información sobre el programa



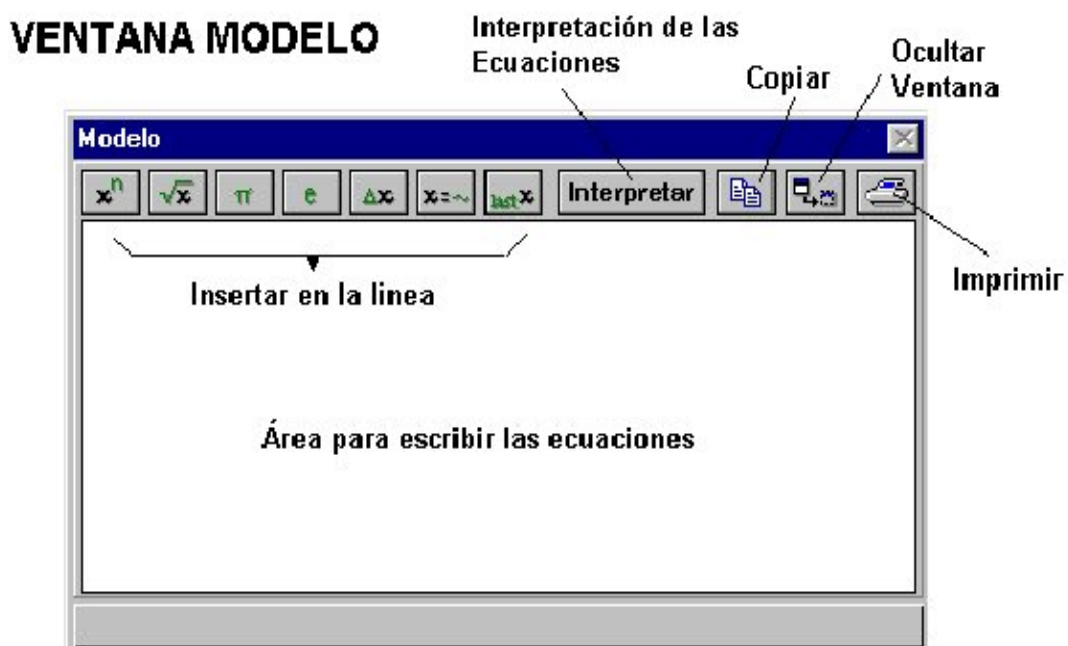
Modellus está estructurado en torno a un conjunto de ventanas sobre las que se escribe o se muestra la información de los modelos que se pretenden simular. Las ventanas son las siguientes:

- Ventana de modelo.
- Ventana de condiciones
- Ventana de animaciones
- Ventana de control
- Ventana de gráficos
- Ventana de tablas

A continuación se estudian estas ventanas, su utilización y contenidos.

2.1. VENTANA DE MODELO: Escritura de las ecuaciones del modelo. Para iniciar el trabajo con Modellus, una vez arrancada la aplicación, debemos ir al menú Modelo (Nuevo) y de esta manera iniciamos la creación de un modelo nuevo.

Lo primero que debemos hacer es escribir las ecuaciones del modelo, y esto lo hacemos en la “ventana de modelo” que aparece en la figura. A la hora de escribir las ecuaciones tenemos que hacerlo observando unas normas básicas en lo que se refiere a la sintaxis. Estas normas son las siguientes:



Sintaxis de los modelos:

Modellus soporta ecuaciones algebraicas, diferenciales e iterativas.

Usted puede modelar ecuaciones que van desde las relaciones simples como las líneas rectas y parábolas a los conceptos más complejos como son las ecuaciones de Van der Pol o de Lorentz.

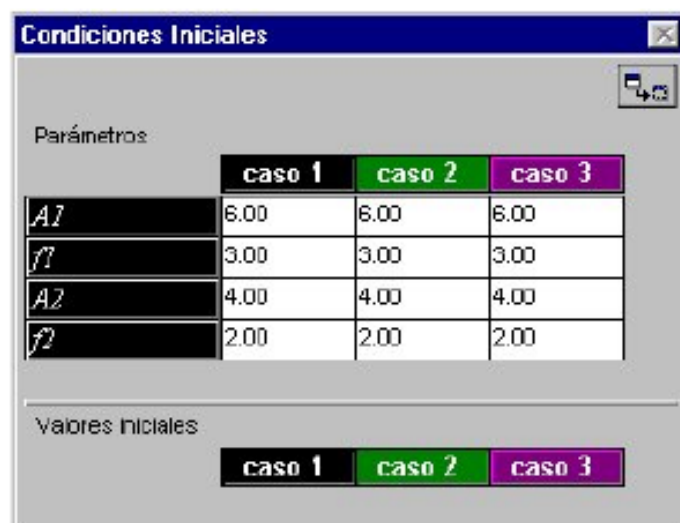
La entrada de un modelo en Modellus es casi como la escritura de ecuaciones matemáticas en el papel.

2.2. VENTANA DE CONDICIONES

Cuando se ha escrito el modelo en la correspondiente ventana y se ha pulsado por primera vez el botón interpretar aparecerá la ventana de “condiciones” que se encarga de recoger los valores de los “parámetros” y los “valores iniciales” del modelo en forma de tabla formando parte del “caso 1” que es el primer caso de simulación que Modellus crea por defecto.

Los “parámetros” se podrán modificar en esta misma ventana o también en la ventana de “animación” haciendo uso de algunos de sus objetos como veremos más adelante.

Cada uno de los posibles casos, que nosotros podremos añadir en el estudio del modelo, no son otra cosa que distintos escenarios para aplicar a las mismas ecuaciones. Esto nos permitirá poder estudiar el modelo cambiando a nuestro gusto distintos parámetros.



Parámetros	caso 1	caso 2	caso 3
A1	6.00	6.00	6.00
f1	3.00	3.00	3.00
A2	4.00	4.00	4.00
f2	2.00	2.00	2.00

Valores Iniciales

caso 1 caso 2 caso 3

Si deseamos modificar los parámetros desde la ventana de animación quedará invalidado el valor del parámetro que se coloque en esta ventana. Cada uno de los casos que nosotros establezcamos en la simulación tendrá la posibilidad de verse en la ventana de “animación”; bastará con seleccionarlo de entre los que aparecerán señalados en la parte superior izquierda de la ventana, y esto ocurrirá en las ventanas de “tabla” y “gráfico” teniendo en cuenta que en la ventana de “gráfico” pueden coexistir los gráficos de cada uno de los casos con el fin de poder ver las distintas curvas superpuestas.

2.3. VENTANA DE ANIMACIONES



Una vez que hemos escrito las ecuaciones del modelo, la siguiente operación será diseñar la ventana de animaciones en la que se realizarán las representaciones gráficas de aquellos valores que nos interese ver.


Esta ventana tiene mucho interés de cara a ser el “interface” con el estudiante ya que si se hace buen uso de todas sus posibilidades encontraremos en ella una poderosa herramienta. En la figura vemos la estructura de esta ventana de “animación” mostrando un ejemplo de movimiento de un balón lanzado hacia arriba.



El tamaño y posición de esta ventana, al igual que el resto, se puede modificar colocando el puntero en los bordes y estirando hacia dentro o hacia fuera o manteniendo pulsado y moviendo en el caso de cambiar la posición.

En esta ventana se pueden colocar distintos elementos gráficos que se corresponden con los botones que aparecen en la parte superior. Cada uno de estos elementos se podrá asociar a las variables del modelo y realizar las funciones que correspondan a él de acuerdo a los parámetros que se hayan colocado en su ventana de parámetros asociada. Pasaremos a explicar cada uno de los elementos, así como sus ventanas asociadas.

Los botones de la parte superior  se usan para realizar mediciones sobre las imágenes (GIF o BMP) o videos (AVI), que pueden colocarse en el fondo,  usando el botón de fondo.

El rayado (grid) puede mostrarse u ocultarse mediante el botón . Pulsando sobre el botón de fondo puede definir el espaciado del grid y su color así como el color del fondo de la pantalla.

A continuación se muestra una tabla en la que se puede identificar cada uno de los botones que representan un determinado objeto.

Use esta herramienta.....para añadir:

Partícula



Imagen, bola (partícula), rectángulo, o referencia.

Vector



Vector con o sin flecha resultante o componentes.

Indicador de Nivel



Horizontal o Vertical.

Medidor Analógico



Aguja, reloj, o medidor circulo completo.

Trazador



Realiza el trazado interactivo de líneas o puntos.

Medidor Digital



Medidor digital, mostrado o no el nombre de la Variable.

Importar imagen



Importa imagen en formato BMP o GIF

Texto



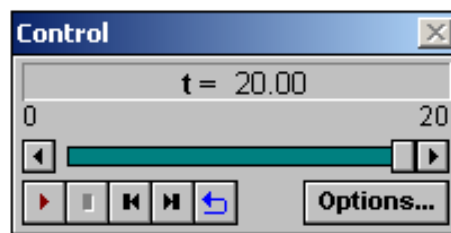
Texto con el color, fuente, estilo y tamaño especificables.

Objeto Geométrico



Líneas y figuras tales como círculos y polígonos.

2.4. VENTANA DE CONTROL



Una vez que hemos diseñado el modelo en la ventana “Modelo” y hemos colocado en la ventana “animaciones los objetos, así como las condiciones y las tablas y gráficos que nos haya parecido bien, se debe pasar a la fase de “simulación”.


En la fase de “simulación” Modellus realizará los cálculos y mostrará los valores de la forma que hayamos previsto. La ventana “Control” es la que permite el control del proceso de simulación.

Los botones de esta ventana sirven para:


Simular  o detener  la simulación.


Terminar  la simulación.

Reiniciar  el modelo, ir al principio sin perder los valores calculados.

Saltar  al último valor calculado del modelo.

Repetir  la simulación del modelo.

Lee  el actual valor de la variable independiente.

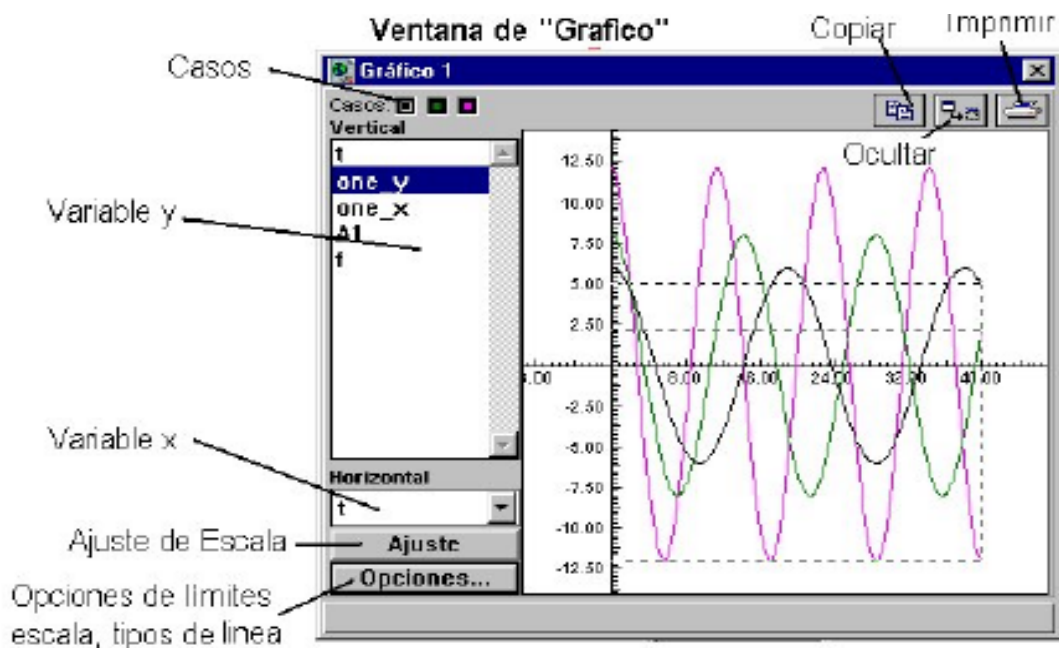
Muestra  el valor actual de la variable independiente y chequea visualmente el progreso de esta variable.

Ir atrás  o adelante  un simple paso.

Acceder a caja de diálogo Opciones....:

2.5. VENTANA DE GRÁFICO

Mediante esta ventana podemos realizar representaciones gráficas en ejes de coordenadas (XY) de las variables que queramos y para los casos que hayamos definido mediante la opción del menú “Casos”. En la figura vemos la ventana de “gráficos” y en ella se puede distinguir el área de representación en donde se dibujan los gráficos y a la izquierda aparecen las ventanas de las variables.



2.6. VENTANA DE TABLA

En numerosas aplicaciones será necesario realizar una tabla con los valores de las variables, esta posibilidad nos la brinda la ventana de “tabla” que sencillamente permite la creación de tablas con tantas variables como seleccionemos en la ventana de la izquierda simplemente pulsando las teclas “Control” o “Shift” a la vez que señalamos con el ratón (tecla izquierda) sobre éstas.

Ventana de Tabla

Copiar Cerrar Imprimir

Casos

Variables

Tabla 1

Casos:

	t	theta	omega
t	0.0	0.6	-0.2
theta	0.1	0.6	-0.3
omega	0.1	0.6	-0.4
alpha	0.1	0.6	-0.4
x	0.1	0.6	-0.5
y	0.1	0.6	-0.5
vt	0.1	0.6	-0.6
v	0.2	0.6	-0.6
vx	0.1	0.6	-0.7
vy	0.1	0.6	-0.7
an	0.1	0.6	-0.8
at	0.1	0.6	-0.8
a	0.2	0.6	-0.9
T	0.2	0.6	-0.9
Tx			

2.7. PROTECCIÓN DE LOS TRABAJOS

Mediante la opción Contraseña dentro del menú de “Fichero” podremos conseguir proteger el trabajo, de tal manera que a quien realice las simulaciones solo le estará permitido ver los resultados, pero nunca modificar la ventana “Modelo” o la ventana Animación ni podrá modifica ni crear ventanas de “gráficos” o “tablas”.

Cuando activamos por primera vez ésta opción aparece una ventana como la de la figura en la que se nos pide el Password y la Confirmación, es decir debemos escribir dos veces, una en cada ventana, el password (clave).

Introducción de Contraseña

Contraseña:

Confirmación:

OK Cancelar

PRESENTACIÓN

En este momento se da inicio al estudio del “Campo Eléctrico Estático y Dieléctricos” con Modellus, subunidad perteneciente al Electromagnetismo.

En cada uno de los diez temas descritos anteriormente, usted podrá encontrar la respectiva fundamentación teórica, gráficas, ecuaciones matemáticas y tablas en caso de haberlas.

A continuación se enlistan las animaciones conceptuales, ejercitativas y lúdicas de cada tema y una de estas animaciones es presentada como **animación de muestra** con su correspondiente modelo matemático.

Cabe mencionar que la **animación de muestra** presentada en esta tesis es sólo un ejemplo de animación por cada tema, puesto que todas las animaciones de la subunidad mencionada se encuentran en un CD adjunto en formato DVD.

2.2.1 PERMITIVIDAD Y DIELECTRICOS

En este capítulo se ampliará la teoría desarrollada en el anterior, pues se considerarán medios materiales no conductores. Un medio es **homogéneo** si sus características físicas, como densidad, distribución molecular, etc, no varían de punto a punto. Un medio es **lineal** con respecto al campo eléctrico si \vec{D} es proporcional a \vec{E} , esto es, si $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$; pero si ϵ no es constante, entonces el medio es no-lineal. Un medio es **isotrópico** cuando sus propiedades son independientes de la dirección.

En un conductor, los electrones exteriores son fácilmente removibles mediante campos eléctricos pequeños; sin embargo en un dieléctrico los electrones se mantienen en sus átomos, aun en presencia de campos intensos. Una característica importante de los dieléctricos es su permitividad eléctrica, ϵ , o su permitividad relativa que ya fue definida:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (2.2.1.1)$$

En la tabla 2.2.1.1 se presenta un listado de dieléctricos o medio ambientes y sus respectivas permitividades relativas.

El campo eléctrico en espacio vacío es una cantidad conmensurable o medible; sin embargo el campo dentro de un dieléctrico, especialmente líquido o sólido, no es conmensurable, sino teórico o calculable, ya sea por los efectos de frontera, ya sea por su permitividad eléctrica.

S U S T A N C I A	ϵ_r
Vacío	1
Aire (101 325 Pa)	1,0006
Espuma de estireno	1,03
Parafina	2,1
Madera triplay	2,1
Poliestireno	2,7
Ámbar	3
Caucho	3

Abedul	3
Plexiglás (metacrilato de metilo)	3,4
Suelo seco arenoso	3,4
Nylon	3,8
Azufre	4
Cuarzo	5
Baquelita	5
Fórmica	6
Cristal de plomo	6
Mica	6
Mármol	8
Cristal de roca	10
Amoníaco líquido	22
Glicerina	50
Agua destilada	81
Rutilo (TiO_2)	89 - 173
Titanato de bario ($BaTiO_3$)	1 200
Titanato estróncico de bario	10 000
Zirconato titanato de bario	13 000
Estanato titanato de bario	20 000

Tabla 2.2.1.1

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM221C01

EM221C02

b) Ejercitativas:

EM221E01

EM221E02

c) Lúdicas

EM221L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

A=83

B=226

C=133

D=75

E=186

F=37

G=238

H=-1

I=290

J=37

K=336

L=75

M=383

N=145

O=405

P=219

Q=427

R=151

S=601

T=75

U=783

V=113

A1=731

B1=159

C1=679

D1=227

E1=731

F1=295

G1=783

H1=333

I1=688

J1=371

K1=585

L1=268

M1=555

N1=164

O1=526

P1=240**Q1=486****R1=316****S1=451****T1=354****U1=399****V1=392****A2=347****B2=354****C2=312****D2=316****E2=276****F2=240****G2=240****H2=164****I2=197****J2=268****K2=140****L2=420****E3=630****F3=320****Q3=-30****R3=400****S3=-120****T3=285****U3=150****V3=530****A4=2000****B4=2000****x1****y1** **$x2=220*\sin((6*t)-(\pi/6))$** **$y2=200*\sin(((6*t)+(\pi/6)))$** **if(t<0.01)then(O2=230)and(P2=105)and(M2=240)and(N2=40)and(S2=400)and(T2=350)and(U2=730)and(V2=115)and(A3=730)and(B3=335)****if(t<0.01)then(Q2=380)and(R2=280)****if(t<0.01)then(E3=630)and(F3=320)****if(t<0.01)then(I3=2000)and(J3=2000)****if(t<0.01)then(K3=2000)and(L3=2000)****if(t<0.01)then(M3=2000)and(N3=2000)**

```

if(t<0.01)then(O3=2000)and(P3=2000)
if(t<0.01)then(C3=650)and(D3=120)
if(t<50)then(G3=2000)and(H3=2000)
if(t>50)then(G3=500)and(H3=300)
if(t<0.01)then(O2=230-(100*sin(0.1*40*t)))and(P2=105-(80*sin(0.4*t*20)))
if(t>0.01)then(Q2=380-(80*sin(0.2*t*20))+20)and(R2=280)
if(t>0.01)then(E3=750-(80*sin((0.2*t* $\pi$ ))))and(F3=320-(120*sin(0.2*t*8* $\pi$ )+ $\pi$ ))
if(t>0.01)then(C3=610+(60*sin((0.3* $\pi$ *t*4))))and(D3=90+(40*sin((0.3*t*9))))
if(x1>O2-44-K2)and(x1<O2+44-K2)and(y1>P2-48-L2)and(y1<P2+48-L2)then(t1=t)
and(stop(t))
if(x1>Q2-49-K2)and(x1<Q2+49-K2)and(y1>R2-48-L2)and(y1<R2+48-L2)then(t2=t)
and(stop(t))
if(x1>C3+x-K2-42)and(x1<C3+x-K2+42)and(y1>D3-L2-y-43)and(y1<D3-L2+y+43)
then(t3=t)and(stop(t))
if(x1>E3-47-K2)and(x1<E3+47-K2)and(y1>F3-46-L2)and(y1<F3+46-L2)then(t4=t)
and(stop(t))
if(x1>M2-K2-19)and(x1<M2-K2+13)and(y1>N2-L2-5)and(y1<N2-L2+9)then
(M2=2000)and(N2=2000)and(I3=510)and(J3=-75)
if(x1>S2-K2-20)and(x1<S2-K2+18)and(y1>T2-L2-4)and(y1<T2-L2+9)then
(S2=2000)and(T2=2000)and(K3=600)and(L3=-75)
if(x1>U2-K2-25)and(x1<U2-K2+22)and(y1>V2-L2-7)and(y1<V2-L2+13)then
(U2=2000)and(V2=2000)and(M3=690)and(N3=-75)
if(x1>562)and(x1<615)and(y1>-94)and(y1<-80)then(A3=2000)and(B3=2000)and
(U2=2000)and(V2=2000)and(S2=2000)and(T2=2000)and(M2=2000)and(A=2000)a
nd(B=2000)and(C=2000)and(D=2000)and(E=2000)and(F=2000)and(G=2000)and(
H=2000)and(I=2000)and(J=2000)and(K=2000)and(L=2000)and(M=2000)and(N=20
00)and(O=2000)and(P=2000)and(Q=2000)and(R=2000)and(S=2000)and(T=2000)a
nd(U=2000)and(V=2000)and(A1=2000)and(B1=2000)and(C1=2000)and(D1=2000)
and(E1=2000)and(F1=2000)and(G1=2000)and(H1=2000)and(I1=2000)and(J1=200
0)and(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=2000)and(N1=2000)and(O1=2000)and(P1=
2000)and(Q1=2000)and(R1=2000)and(S1=2000)and(T1=200)and(U1=2000)and(V
1=2000)and(A2=2000)and(B2=2000)and(C2=2000)and(D2=2000)and(E2=2000)an
d(F2=2000)and(G2=2000)and(H2=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=2000)
and(L2=2000)and(O2=2000)and(P2=2000)and(Q2=2000)and(R2=2000)and(C3=20
00)and(D3=2000)and(E3=200)and(F3=2000)and(G3=400)and(H3=200)and(A4=43
0)and(B4=240)and(O3=780)and(P3=-75)
if(x1>A-K2-30)and(x1<A-K2+30)and(y1>B-L2-185)and(y1<B-L2+178)then(t5=t)
and(stop(t))
if(x1>-87)and(x1<72)and(y1>-377)and(y1<-314)then(t6=t)and(stop(t))
if(x1>16)and(x1<75)and(y1>-453)and(y1<-310)then(t7=t)and(stop(t))

```

```

if(x1>17)and(x1<179)and(y1>-453)and(y1<-390)then(t8=t)and(stop(t))
if(x1>120)and(x1<179)and(y1>-377)and(y1<-314)then(t9=t)and(stop(t))
if(x1>120)and(x1<179)and(y1>-453)and(y1<-314)then(t10=t)and(stop(t))
if(x1>214)and(x1<271)and(y1>-378)and(y1<-171)then(t11=t)and(stop(t))
if(x1>214)and(x1<316)and(y1>-233)and(y1<-171)then(t12=t)and(stop(t))
if(x1>257)and(x1<316)and(y1>-378)and(y1<-171)then(t13=t)and(stop(t))
if(x1>120)and(x1<220)and(y1>-377)and(y1<-314)then(t14=t)and(stop(t))
if(x1>260)and(x1<672)and(y1>-377)and(y1<-314)then(t15=t)and(stop(t))
if(x1>614)and(x1<672)and(y1>-376)and(y1<-230)then(t16=t)and(stop(t))
if(x1>510)and(x1<672)and(y1>-292)and(y1<-230)then(t17=t)and(stop(t))
if(x1>510)and(x1<568)and(y1>-292)and(y1<-94)then(t18=t)and(stop(t))
if(x1>510)and(x1<672)and(y1>-156)and(y1<-94)then(T19=t)and(stop(t))
if(x1>614)and(x1<672)and(y1>-157)and(y1<-18)then(t20=t)and(stop(t))
if(x1>417)and(x1<672)and(y1>-80)and(y1<-18)then(t21=t)and(stop(t))
if(x1>416)and(x1<473)and(y1>-288)and(y1<-18)then(t22=t)and(stop(t))
if(x1>357)and(x1<474)and(y1>-288)and(y1<-255)then(t23=t)and(stop(t))
if(x1>357)and(x1<414)and(y1>-288)and(y1<-74)then(t24=t)and(stop(t))
if(x1>282)and(x1<414)and(y1>-136)and(y1<-73)then(t25=t)and(stop(t))
if(x1>282)and(x1<340)and(y1>-135)and(y1<3)then(t26=t)and(stop(t))
if(x1>178)and(x1<340)and(y1>-60)and(y1<3)then(t29=t)and(stop(t))
if(x1>178)and(x1<237)and(y1>-136)and(y1<3)then(t30=t)and(stop(t))
if(x1>109)and(x1<236)and(y1>-134)and(y1<-73)then(t31=t)and(stop(t))
if(x1>109)and(x1<164)and(y1>-288)and(y1<-73)then(t32=t)and(stop(t))
if(x1>28)and(x1<164)and(y1>-288)and(y1<-225)then(t33=t)and(stop(t))
if(x1>28)and(x1<86)and(y1>-288)and(y1<-18)then(t34=t)and(stop(t))

```

2.2.2 POLARIZACIÓN

Al colocar un dieléctrico dentro de un campo eléctrico más o menos intenso, aunque no hay migración de carga sí se produce un ligero desplazamiento de las cargas positivas y negativas de cada átomo o molécula de modo que éstas constituyen dipolos eléctricos. Para

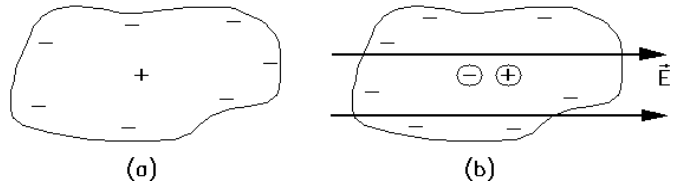


Figura 2.2.2.1

entenderlo mejor utilicemos la figura 2.2.2.1: en ausencia de campo, los centros de masa de las cargas positivas y negativas se superponen, parte (a) de la figura; en presencia de campo los centros de masa se desplazan originando el dipolo, parte (b) de la figura. Estas dos condiciones corresponden a átomos o moléculas no polarizados y átomos o moléculas polarizados, respectivamente. El caso del átomo polarizado puede esquematizarse mediante un pequeño dipolo eléctrico, como el de la figura 2.2.2.2, cuyo momento dipolar es simplemente $\vec{p} = qd\vec{u}$. Observe que la neutralidad eléctrica del átomo polarizado no se ha alterado.

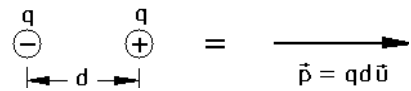


Figura 2.2.2.2

Consideremos la figura 2.2.2.3, donde se muestra una lámina de material dieléctrico de espesor L y área S . Al aplicar en la región un campo eléctrico uniforme, \vec{E} , éste polariza al dieléctrico, es decir, induce en todo su interior una cantidad enorme de dipolos eléctricos en cadena, tales que cargas adyacentes, que son iguales y opuestas, se anulan; sin embargo, en los extremos de área S se producen cargas superficiales de signos contrarios, como se ve en la figura. El momento dipolar eléctrico por unidad de volumen se denomina "polarización", \vec{P} , esto es:

$$P = \frac{Np}{V} = \frac{N}{V}qd = \frac{Q}{V}d \quad (a)$$

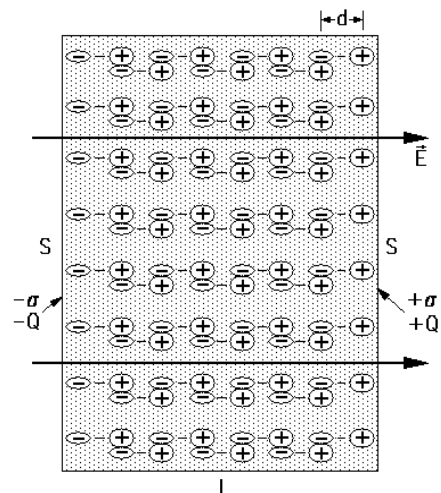


Figura 2.2.2.3

Pero $v = Sd$, luego:

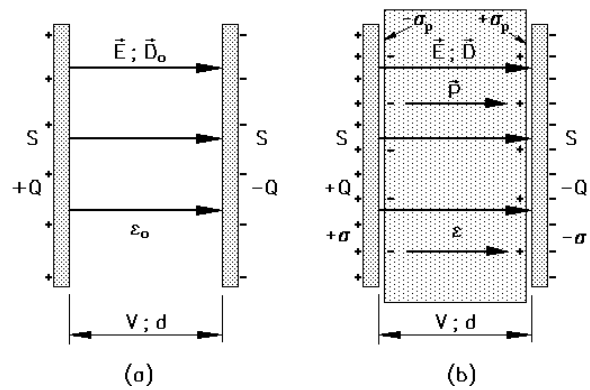
$$P = \frac{Q}{Sd} d = \frac{Q}{S} = \sigma_p \quad (b)$$

A partir de (b) vemos que las unidades de P son las de σ_p y por ende las de \vec{D} . Para precisar más el concepto de polarización en un punto dado, consideremos el volumen diferencial, de la cara derecha, esto es:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{Qd}{\Delta V} \vec{u} \quad (2.2.2.1)$$

tal que la arista del elemento de volumen diferencial ΔV es d .

Consideremos ahora la figura 2.2.2.4(a) donde se muestran dos placas planas conductoras que retienen las cargas $+Q$ y $-Q$ originando el campo uniforme \vec{E} y por lo mismo el campo $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ a expensas de la diferencia de potencial V . Al introducir entre las placas un dieléctrico, el campo \vec{E} lo polariza y se inducen las cargas superficiales $+\sigma_p$ y $-\sigma_p$ como se indica en la parte (b) de la figura.



F i g u r a 2 . 2 . 2 . 4

Estas cargas superficiales inducen, a la vez, cargas opuestas en las placas conductoras haciendo que la carga superficial neta de éstas sea mayor, lo cual produce una \vec{D} mayor, a pesar de que \vec{E} no ha cambiado, pues $V = \text{constante}$. En estas condiciones se tiene, dentro del dieléctrico:

$$D_d = \epsilon_0 E + \sigma_p = \epsilon_0 E + P \quad (c)$$

que en forma vectorial es:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E} \quad (2.2.2.2)$$

de modo que $\epsilon E = \epsilon_0 E + P$, de donde:

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{P}{E} \quad (2.2.2.3)$$

Para un material lineal e isotrópico, $P \propto D$ o $P = \chi_e \epsilon_0 E$, luego:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\chi_e \varepsilon_0 E}{E} = \varepsilon_0 + \chi_e \varepsilon_0$$

es decir:

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \chi_e) = \varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (2.2.2.4)$$

en donde la cantidad adimensional χ_e es la "susceptibilidad eléctrica" del dieléctrico, tal que:

$$\boxed{\varepsilon_r = 1 + \chi_e} \quad (2.2.2.5)$$

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM222C01

EM222C02

EM222C03

EM222C04

b) Ejercitativas:

EM222E01

EM222E02

c) Lúdicas

EM222L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA

Modellus - C:\MODELLUS\CELESDIE\EM222E01.mdl

File Edit Case Window Help

Cases: [Icons]

Control: t = 42.50, 0 to 45, [Buttons], Options...

POLARIZACIÓN

Halle la polarización \vec{P} en un material dieléctrico cuya $\epsilon_r = 8$ si $\vec{P} = (2E - 3\vec{u}) \text{ C/m}^2$

Datos:

$$\vec{P} = (2E - 3\vec{u}) \text{ C/m}^2$$

$$\epsilon_r = 8$$

$$\vec{P} = ?$$

De las ecuaciones:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E}$$

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Pulse "comenzar" y analice el siguiente ejercicio resuelto...

Despejamos:

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E}$$

Sustituyendo:

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \frac{\vec{D}}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

$$\vec{P} = \vec{D} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$

Colocando los datos:

$$\vec{P} = 2E - 3 \left(1 - \frac{1}{8}\right)$$

$$\vec{P} = (1.75E - 3\vec{u}) \text{ C/m}^2$$

MODELO MATEMÁTICO

A=200

B=600

C=100

D=520

E=300

F=512

G=180

H=485

I=330

J=487

C2=-60

D2=430

E2=-140

F2=320

G2=720

H2=450

if($t < 2$)then($K=2000$)and($L=2000$)

if($t > 2$)then($K=80$)and($L=450$)

if($t < 4$)then($M=2000$)and($N=2000$)

if($t > 4$)then($M=170$)and($N=400$)

if($t < 6$)then($O=2000$)and($P=2000$)

if($t > 6$)then($O=102$)and($P=370$)

if($t < 8$)then($Q=2000$)and($R=2000$)

if($t > 8$)then($Q=100$)and($R=340$)

if($t < 11$)then($S=2000$)and($T=2000$)

if($t > 11$)then($S=400$)and($T=450$)

if($t < 13$)then($U=2000$)and($V=2000$)

if($t > 13$)then($U=470$)and($V=390$)

if($t < 15$)then($A1=2000$)and($B1=2000$)

if($t > 15$)then($A1=435$)and($B1=330$)

if($t < 18$)then($C1=2000$)and($D1=2000$)

if($t > 18$)then($C1=80$)and($D1=270$)

if($t < 20$)then($E1=2000$)and($F1=2000$)

if($t > 20$)then($E1=130$)and($F1=210$)

if($t < 22$)then($G1=2000$)and($H1=2000$)

if($t > 22$)then($G1=146$)and($H1=160$)

if($t < 24$)then($I1=2000$)and($J1=2000$)

**if(t>24)then(I1=158)and(J1=110)
if(t<27)then(K1=2000)and(L1=2000)
if(t>27)then(K1=320)and(L1=270)
if(t<29)then(M1=2000)and(N1=2000)
if(t>29)then(M1=370)and(N1=200)
if(t<31)then(O1=2000)and(P1=2000)
if(t>31)then(O1=399)and(P1=130)
if(t<33)then(Q1=2000)and(R1=2000)
if(t>33)then(Q1=394)and(R1=50)
if(t<36)then(S1=2000)and(T1=2000)
if(t>36)then(S1=520)and(T1=270)
if(t<38)then(U1=2000)and(V1=2000)
if(t>38)then(U1=610)and(V1=200)
if(t<40)then(A2=2000)and(B2=2000)
if(t>40)then(A2=625)and(B2=150)**

2.2.3 RELACIONES DE FRONTERA

Los campos \vec{E} y \vec{D} son continuos en un medio particular; ahora averiguaremos qué ocurre con su continuidad en la interfase de dos medios diferentes. Para simplificar el análisis realizaremos el estudio por componentes: la una tangente a la interfase y la otra perpendicular o normal a la misma.

Consideremos dos medios dieléctricos de permitividades ε_1 y ε_2 separados por una interfase o frontera plana, figura 2.2.3.1. Trazamos la trayectoria rectangular 12341, de lados Δx & Δy , en la forma indicada; las com-

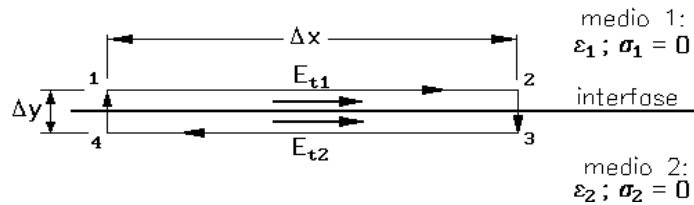


Figura 2.2.3.1

ponentes tangenciales de \vec{E} en ambos lados de la frontera son E_{t1} y E_{t2} . La integral de línea alrededor de esta trayectoria es $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$, pues se trata de una trayectoria cerrada dentro de un campo conservativo, entonces:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_2^3 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_3^4 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_4^1 \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Al hacer que Δy tienda a cero, las integrales segunda y cuarta se anulan y:

$$\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_3^4 \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$E_{t1}\Delta x - E_{t2}\Delta x = 0$$

de donde:

$$\boxed{E_{t1} = E_{t2}} \quad (2.2.3.1)$$

lo que nos indica que la componente tangencial de \vec{E} en la interfase de dos medios dieléctricos es continua.

En particular, si uno de los medios, por ejemplo el (2), es conductor, $\sigma_2 \neq 0$ y $\vec{E}_2 = 0$, de modo que $E_{t2} = 0$, lo cual implica, a partir de la ecuación (2.2.3.1), que $E_{t1} = 0$.

Puesto que $D = \varepsilon E$, la ecuación (2.2.3.1) se convierte en:

$$\boxed{\frac{D_{t1}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{t2}}{\varepsilon_2}} \quad (2.2.3.2)$$

lo que nos indica que hay una discontinuidad finita de la componente tangencial de \vec{D} en la interfase, tal que $D_{t2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} D_{t1}$.

Para analizar lo que ocurre con las componentes normales utilizaremos la geometría de la figura 2.2.3.2 y la ley de Gauss:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \varepsilon \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}$$

$$-\varepsilon_1 \int E_{n1} dS_1 + \varepsilon_2 \int E_{n2} dS_2 + \varepsilon_3 \int \vec{E} \cdot d\vec{S}_3 = Q_{enc}$$

La tercera integral es cero por cuanto \vec{E} y $d\vec{S}$ en las caras laterales son perpendiculares, entonces:

$$-\varepsilon_1 E_{n1} S_1 + \varepsilon_2 E_{n2} S_2 = Q_{enc} = \sigma S$$

pero $S_1 = S_2 = S$, luego:

$$\boxed{-\varepsilon_1 E_{n1} + \varepsilon_2 E_{n2} = \pm \sigma} \quad (2.2.3.3)$$

lo que nos indica que la componente normal de \vec{E} en la interfase de los dieléctricos tiene una discontinuidad producida: a) por la carga superficial σ de la interfase, si la hay; b) por la relación de las permitividades de los dos medios.

En particular, si $\sigma = 0$, es decir si la interfase no retiene carga alguna, la ecuación (2.2.3.3) se reduce a:

$$\boxed{\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2}} \quad (2.2.3.4)$$

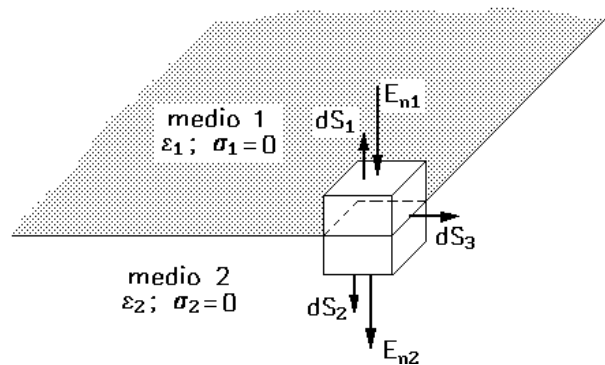


Figura 2.2.3.2

que muestra una discontinuidad tal que:

$$E_{n2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_{n1}.$$

Recordando que $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, las ecuaciones (2.2.3.3) y (2.2.3.4) se convierten en:

$$\boxed{-D_{n1} + D_{n2} = \pm \sigma} \quad (2.2.3.5)$$

y:

$$\boxed{D_{n1} = D_{n2}} \quad (2.2.3.6)$$

lo que nos indica que la componente normal de \vec{D} tiene una discontinuidad de $\pm \sigma$ en presencia de una carga superficial. En ausencia de carga, la componente normal de \vec{D} es continua en la interfase.

Si uno de los medios, por ejemplo el medio (2), es conductor, $\sigma_2 \neq 0$ y $\vec{E}_2 = 0$, de modo que $E_{n2} = 0$, lo cual implica, a partir de la ecuación (2.2.3.3), que $E_{n1} = \pm \sigma / \varepsilon_1$, y si la interfase está libre de carga, a partir de la ecuación (2.2.3.4), $E_{n1} = 0$.

A partir de las ecuaciones (2.2.2.2) y (2.2.3.6) obtenemos para la interfase de dos dieléctricos:

$$\varepsilon_0 E_{n1} + P_{n1} = \varepsilon_0 E_{n2} + P_{n2}$$

$$\boxed{P_{n1} - P_{n2} = \varepsilon_0 (E_{n2} - E_{n1}) = \sigma_P} \quad (2.2.3.7)$$

en donde σ_P es la densidad superficial de carga por polarización.

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM223C01

EM223C02

EM223C03

b) Ejercitativas:

EM223E01

EM223E02

c) Lúdicas:

EM223L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA

Modellus - C:\MODELLUS\CELESDIE\EM223C03.mdl

File Edit Case Window Help

Cases: [Icons]

Control

t = 37.40

0 40

[Buttons] Options...

RELACIONES DE FRONTERA

En presencia de carga

La componente normal de \vec{D} tiene una discontinuidad de $\pm\sigma$.

$$-D_{n1} + D_{n2} = \pm\sigma$$

En ausencia de carga

La componente normal de \vec{D} es continua en la interfase.

$$D_{n1} = D_{n2}$$

La densidad superficial de carga por polarización es:

$$P_{n1} - P_{n2} = \epsilon_0(E_{n2} - E_{n1}) = \sigma_{pol}$$

Pulse "Comenzar" y estudie los siguientes conceptos...




MODELO MATEMÁTICO

L1=70

L2=10

L3=70

L5=60

L6=20

L7=90

L9=110

L10=10

L11=85

L13=110

L14=100

L15=-85

L16=-150

L17=-100

L18=-260

L19=-100

L20=160

if(t<1)then(L12=2000)

if(t>1)and(t<9)then(L12=-100*(t-13)-100)

if(t<10)then(A=2000)and(B=2000)

if(t>10)and(t<15)then(A=-100*(t-19)-100)and(B=100*(t-19)+800)

if(t<15)then(L8=-2000)

if(t>15)and(t<23)then(L8=100*(t-21)+100)

if(t<23)then(C=2000)and(D=2000)

if(t>23)and(t<27)then(C=300)and(D=100*(t-26)+100)

if(t<29)then(L4=-2000)

if(t>29)then(L4=30)

if(t<30)then(E=2000)and(F=2000)

if(t>30)and(t<34.7)then(E=300)and(F=100*(t-33)-100)

2.2.4 CAPACITORES Y CAPACITANCIA

Un capacitor es un conjunto de dos conductores próximos separados por un dieléctrico. Pueden ser fijos o variables, electrostáticos o electrolíticos. La característica propia de los capacitores es su "capacitancia" que se define como el cociente entre la carga de uno de los conductores y la diferencia de potencial entre los mismos, esto es:

$$C = \frac{Q}{V} \quad (2.2.4.1)$$

La capacitancia se expresa en faradios, F , pero por ser ésta una unidad muy grande, son muy utilizados los submúltiplos μF , nF pF .

Los capacitores fijos tienen un valor de capacitancia constante, mientras que los variables tienen la posibilidad de variar su capacitancia entre dos extremos más o menos distantes (capacitores de sintonía, varicaps, trimmers, etc.). Los capacitores electrostáticos tienen dieléctricos secos como papel, mylar, cerámica, etc., y tienen capacitancias pequeñas (del orden de nanofaradios), pero su dieléctrico soporta voltajes de varios cientos de voltios antes de perforarse. En cambio los capacitores electrolíticos tienen uno de los conductores de metal y el otro de alguna pasta electrolítica la cual oxida al metal formando una muy fina capa de óxido del metal la cual constituye el dieléctrico del capacitor; estos capacitores tienen capacitancias del orden de decenas y centenas de microfaradios, pero su dieléctrico soporta voltajes de sólo unas decenas de voltios.

Uno de los capacitores más difundidos es el de placas planas y paralelas, como el de la figura 2.2.4.1. Los dos conductores equidistan una cantidad d y el área confrontada de las mismas es S ; el espacio entre las placas está lleno de un dieléctrico de permitividad ε el cual se polariza en presencia de un campo eléctrico. Al aplicar a las placas el voltaje V , entre ellas se forma el campo de magnitud $E = V/d$; la carga que retiene cada placa es:

$$Q = \pm \sigma S = \pm DS = \pm \varepsilon ES$$

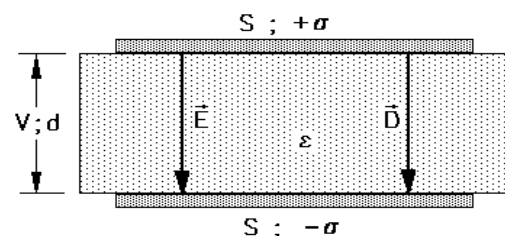


Figura 2.2.4.1

entonces:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon ES}{Ed}$$

de donde:

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} \quad (2.2.4.2)$$

Además de los capacitores de placas planas, existen los cilíndricos, esféricos y otros, como veremos posteriormente.

Dentro de un circuito eléctrico es posible asociar dos o más capacitores en serie, paralelo y mixto; analizaremos estas tres situaciones:

a) Asociación en serie: Dos o más capacitores están en serie, entre dos puntos de un circuito, si para ir del primero al segundo punto la corriente sólo puede hacerlo atravesándolos consecutivamente a todos ellos; entonces si uno de ellos se daña, la corriente se interrumpe. Las ecuaciones importantes son:

$$\begin{aligned} Q_T &= Q_i \\ V_T &= \sum V_i \\ V_i &= Q/C_i \\ \frac{1}{C_T} &= \sum \frac{1}{C_i} \end{aligned} \quad (2.2.4.3)$$

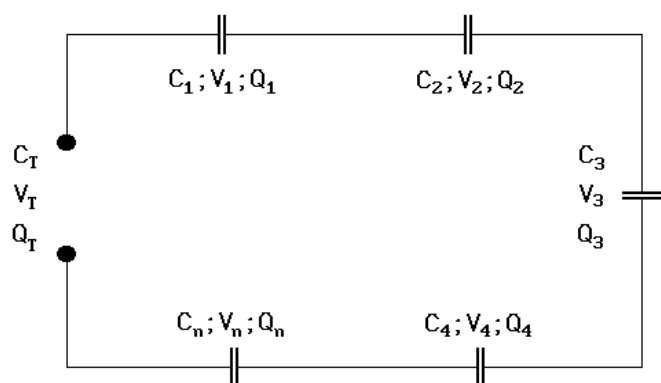


Figura 2.2.4.2

b) Asociación en paralelo: Dos o más capacitores están en paralelo, entre dos puntos de un circuito, si para ir del primero al segundo punto la corriente podría hacerlo a través de uno solo de ellos, aunque realmente lo haga en forma "ramificada" por todos ellos; entonces cada capacitor es una vía independiente para la corriente y si uno de ellos se daña la corriente sigue fluyendo por los demás. Las ecuaciones importantes son:

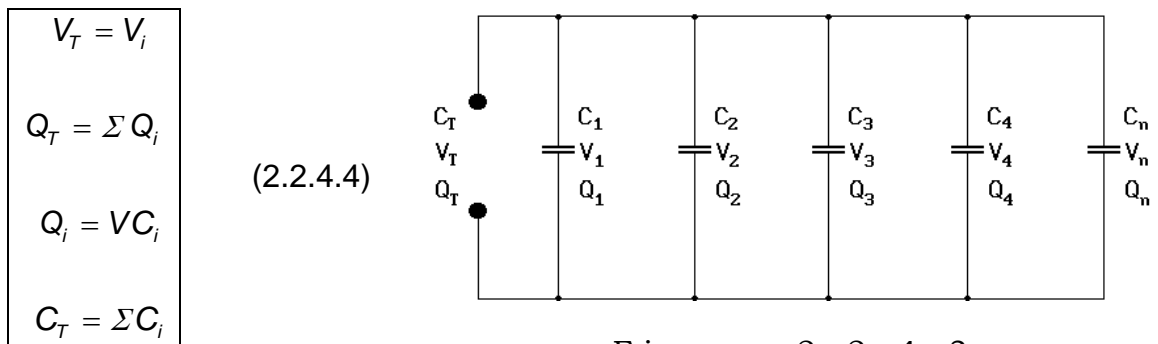
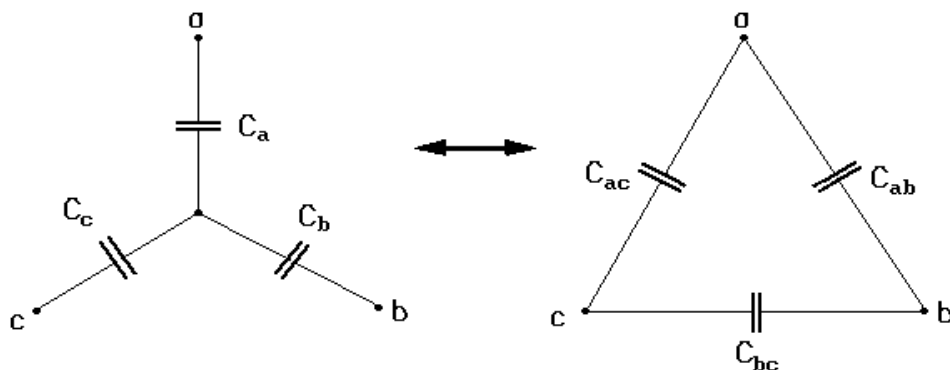


Figura 2.2.4.3

c) Asociación mixta: esto es, porciones en serie, porciones en paralelo y porciones más complejas llamadas redes (estrellas y polígonos). La resolución de estos circuitos es algo laboriosa: se simplifica poco a poco según se pueda y, donde sea necesario, se harán conversiones de estrella a polígono o viceversa. La estrella más sencilla es la "Y", el polígono más sencillo es la " Δ "; las ecuaciones de conversión Y - Δ son:



$$C_{ab} = \frac{C_a C_b}{\sum C_Y} \quad ; \quad C_a = C_{ab} \cdot C_{ac} \sum \frac{1}{C_{\Delta}} \quad (2.2.4.5)$$

en donde:

$$\sum C_Y = C_a + C_b + C_c \quad \& \quad \sum \frac{1}{C_{\Delta}} = \frac{1}{C_{ab}} + \frac{1}{C_{ac}} + \frac{1}{C_{bc}}.$$

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM224C01
EM224C02
EM224C03
EM224C04
EM224C05

b) Ejercitativas:

EM224E01
EM224E02

a) Lúdicas:

EM224L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

x1

y1

x2

y2

x3

y3

x4

y4

x5

y5

x6

y6

x7

y7

x8

y8

x9

y9

x10

y10

L1=100

L3=180

L5=180

L7=180

L8=100

A=150

B=600

C=30

D=500

E=-50

F=390

G=650

H=500

I=800

J=460

K=730

L=550

A1=2000**B1=2000****C1=2000****D1=2000****E1=2000****F1=2000****G1=2000****H1=2000****M1=2000****N1=2000****O1=2000****P1=2000****Q1=2000****R1=2000****S1=2000****T1=2000****U1=2000****V1=2000****S4=314-x2****S5=360-x2****S6=329+x2****S7=359+x4****S8=x1-112****S9=x6-74****S10=x7-109****S11=x6-472****S12=613+x9****if(x2>S8-2)and(x2<S8+2)and(y2>y1-83)and(y2<y1-81)then(U1=10)and(V1=100)****if(t<3)then(L2=-500)and(L4=-500)and(L6=-500)and(L8=-500)****if(t>3)then(L2=100)and(L4=100)and(L6=100)and(L8=100)****if((x3<-S4+2)and(x3>-S4-1)and(y3>y2-2)and(y3<y2+1))then(M1=750)
and(N1=370)****if(x4>-S5-1)and(x4<-S5+1)and(y4>y2-79)and(y4<y2-77))then(O1=750)
and(P1=350)****if(t<45)then(L9=-500)and(L10=-500)and(L11=-500)and(L12=-500)****if(t>45)then(L9=100)and(L10=100)and(L11=100)and(L12=100)****if(x5>S6-1)and(x5<S6+1)and(y5>y2-30)and(y5<y2-20)then(Q1=720)and(R1=330)****if(x6>S7-1)and(x6<S7+1)and(y6>y4-68)and(y6<y4-66)then(S1=750)and(T1=290)****if(x7>S9-1)and(x7<S9+1)and(y7>y6-1)and(y7<y6+1)then(A1=750)and(B1=250)****if(x8>S10-1)and(x8<S10+1)and(y8>y7-41)and(y8<y7-39)then(C1=710)and
(D1=230)**

if($t < 90$)then($L13 = -200$)and($L14 = -200$)

if($t > 90$)then($L13 = 100$)and($L14 = 100$)

**if($x_9 > S11 - 4$)and($x_9 < S11 + 4$)and($y_9 > y_6 - 80$)and($y_9 < y_6 - 72$)then($E1 = 710$)and
($F1 = 170$)**

**if($x_{10} > S12 - 4$)and($x_{10} < S12 + 4$)and($y_{10} > y_9 - 80$)and($y_{10} < y_9 - 70$)then($G1 = 790$)and
($H1 = 170$)**

2.2.5 RIGIDEZ DIELECTRICA

Supongamos dos placas conductoras entre las cuales existe un dieléctrico; al aplicar un voltaje a las placas, el dieléctrico es atravesado por el campo eléctrico generado; al aumentar el voltaje, aumenta la intensidad de campo, pero este proceso no se puede realizar indefinidamente, pues en cierto instante, el dieléctrico sufre una falla de aislación y salta una chispa de conductor a conductor. La máxima intensidad de campo, $E_{máx}$, que un dieléctrico puede soportar sin que ocurra una descarga eléctrica se denomina "rigidez dieléctrica". Es importante conocer este parámetro para la utilización de dieléctricos en capacitores y otros aislamientos y, al respecto, juega un papel preponderante la curvatura de los conductores debido al "efecto corona", pues \vec{E} es proporcional a σ la cual es mayor en las regiones con pequeño radio de curvatura.

Si entre dos placas paralelas separadas por aire se aumenta gradualmente el valor de E , llegará un momento en que salte la chispa; pero si uno o ambos conductores terminan en puntas, la chispa saltará antes y se establecerá un "arco" a través del aire debido a que junto a las puntas el valor de \vec{E} es muy alto y la punta cargada atraerá iones del aire con una fuerza $F = qE$ produciendo la aceleración de los mismos los cuales a su vez producirán más iones por choque; esto origina una corriente o descarga por "corona" con el brillo y sonido típicos del fenómeno, figura 2.2.5.1.

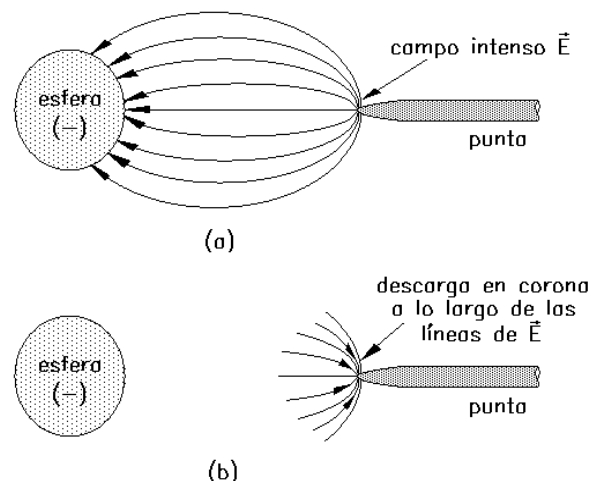


Figura 2.2.5.1

Entre una nube de tormenta y tierra puede establecerse una diferencia de potencial del orden de gigavoltios y al caer el rayo pueden originarse corrientes del orden de megaamperios con energías del orden de gigajulios. A este respecto los pararrayos deberían disminuir la posibilidad de caída de un rayo en el sector debido a la neutralización de las cargas por ionización; sin embargo de llegar a caer uno, la varilla conductora aterriza con poca resistencia la carga del rayo sin mayores consecuencias, lo cual no ocurre cuando el rayo cae en un dieléctrico.

El fenómeno de la descarga electrostática tiene varias aplicaciones en el mundo actual: impresión por electrochorro, pintura por rociado alrededor de las esquinas, precipitación de partículas nocivas o contaminantes provenientes de las chimeneas, luces especiales de anuncios luminosos, etc.

En la tabla 2.2.5.1 se presentan algunas sustancias materiales y sus correspondientes rigideces dieléctricas.

<i>MATERIAL</i>	<i>RIGIDEZ DIELECTRICA</i>	<i>MATERIAL</i>	<i>RIGIDEZ DIELECTRICA</i>
	<i>V/m</i>		<i>V/m</i>
Aire (TPN)	3E6	Baquelita	25E6
Petróleo	15E6	Vidrio	30E6
Aceite mineral	15E6	Parafina	30E6
Papel	15E6	Cuarzo fundido	30E6
Poliestireno	20E6	Mica	200E6
Caucho duro	21E6		

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM225C01

EM225C02

EM225C03

EM225C04

EM225C05

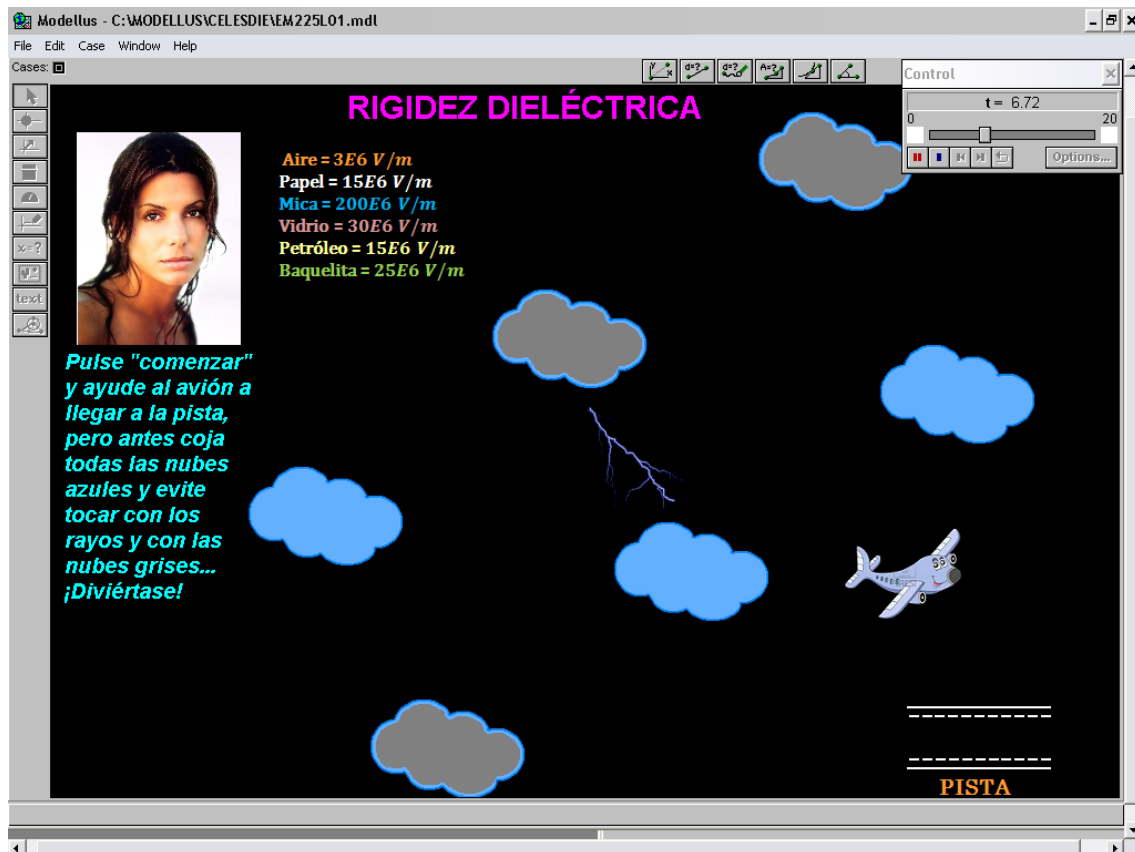
b) Ejercitativas:

EM225E01

c) Lúdica:

EM225L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

A=250

B=665

C=80

D=530

E=-5

F=430

G=820

H=70

I=50

J=80

M2=708

N2=530

Q2=2000

R2=2000

Avx=x

Avy=y

t1

t2

t3

t4

t5

t6

t7

t8

t9

if($t < 0.01$) then ($E1=2000$) and ($F1=2000$) and ($G1=230$) and ($H1=280$) and ($K1=340$) and ($L1=70$) and ($M1=340$) and ($N1=70$) and ($O1=450$) and ($P1=440$) and ($Q1=2000$) and ($R1=2000$) and ($U1=2000$) and ($V1=2000$) and ($A2=560$) and ($B2=230$) and ($C2=690$) and ($D2=600$) and ($E2=2000$) and ($F2=2000$) and ($I2=2000$) and ($J2=2000$) and ($K2=800$) and ($L2=390$) and ($M=2000$) and ($N=2000$) and ($O=2000$) and ($P=2000$) and ($Q=2000$) and ($R=2000$) and ($S=2000$) and ($T=2000$) and ($U=2000$) and ($V=2000$) and ($A1=2000$) and ($B1=2000$) and ($C1=2000$) and ($D1=2000$) and ($O2=2000$) and ($P2=2000$)

if($t > 0.01$) and ($t < 0.5$) then ($G1=230$) and ($H1=280$) and ($E1=2000$) and ($F1=2000$) and ($C2=690$) and ($D2=600$) and ($E2=2000$) and ($F2=2000$) and ($O1=450$) and ($P1=440$) and ($Q1=2000$) and ($R1=2000$) and ($U1=2000$) and ($V1=2000$) and ($A2=560$) and ($B2=230$)

if($t > 0.5$) and ($t < 1$) then ($G1=2000$) and ($H1=2000$) and ($E1=230$) and ($F1=280$) and ($C2=2000$) and ($D2=2000$) and ($E2=690$) and ($F2=600$) and ($O1=2000$) and ($P1=2000$) and ($Q1=$

450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 1$)and($t < 1.5$)then(G1=230)and(H1=280)and(E1=2000)and(F1=2000)and(C2=6
 90)and(D2=600)and(E2=2000)and(F2=2000)and(O1=450)and(P1=440)and(Q1=20
 00)and(R1=2000)and(U1=2000)and(V1=2000)and(A2=560)and(B2=230)
 if($t > 1.5$)and($t < 2$)then(G1=2000)and(H1=2000)and(E1=230)and(F1=280)and(C2=2
 000)and(D2=2000)and(E2=690)and(F2=600)and(O1=2000)and(P1=2000)and(Q1=
 450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 2$)and($t < 2.5$)then(G1=230)and(H1=280)and(E1=2000)and(F1=2000)and(C2=6
 90)and(D2=600)and(E2=2000)and(F2=2000)and(O1=450)and(P1=440)and(Q1=20
 00)and(R1=2000)and(U1=2000)and(V1=2000)and(A2=560)and(B2=230)
 if($t > 2.5$)and($t < 3$)then(G1=2000)and(H1=2000)and(E1=230)and(F1=280)and(C2=2
 000)and(D2=2000)and(E2=690)and(F2=600)and(O1=2000)and(P1=2000)and(Q1=
 450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 3$)and($t < 3.5$)then(G1=230)and(H1=280)and(E1=2000)and(F1=2000)and(C2=6
 90)and(D2=600)and(E2=2000)and(F2=2000)and(O1=450)and(P1=440)and(Q1=20
 00)and(R1=2000)and(U1=2000)and(V1=2000)and(A2=560)and(B2=230)
 if($t > 3.5$)and($t < 4$)then(G1=2000)and(H1=2000)and(E1=230)and(F1=280)and(C2=2
 000)and(D2=2000)and(E2=690)and(F2=600)and(O1=2000)and(P1=2000)and(Q1=
 450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 4$)and($t < 4.5$)then(G1=230)and(H1=280)and(E1=2000)and(F1=2000)and(C2=6
 90)and(D2=600)and(E2=2000)and(F2=2000)and(O1=450)and(P1=440)and(Q1=20
 00)and(R1=2000)and(U1=2000)and(V1=2000)and(A2=560)and(B2=230)
 if($t > 4.5$)and($t < 5$)then(G1=2000)and(H1=2000)and(E1=230)and(F1=280)and(C2=2
 000)and(D2=2000)and(E2=690)and(F2=600)and(O1=2000)and(P1=2000)and(Q1=
 450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 5$)and($t < 5.5$)then(G1=230)and(H1=280)and(E1=2000)and(F1=2000)and(C2=6
 90)and(D2=600)and(E2=2000)and(F2=2000)and(O1=450)and(P1=440)and(Q1=20
 00)and(R1=2000)and(U1=2000)and(V1=2000)and(A2=560)and(B2=230)
 if($t > 5.5$)and($t < 6$)then(G1=2000)and(H1=2000)and(E1=230)and(F1=280)and(C2=2
 000)and(D2=2000)and(E2=690)and(F2=600)and(O1=2000)and(P1=2000)and(Q1=
 450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 6$)and($t < 6.5$)then(G1=230)and(H1=280)and(E1=2000)and(F1=2000)and(C2=6
 90)and(D2=600)and(E2=2000)and(F2=2000)and(O1=450)and(P1=440)and(Q1=20
 00)and(R1=2000)and(U1=2000)and(V1=2000)and(A2=560)and(B2=230)
 if($t > 6.5$)and($t < 7$)then(G1=2000)and(H1=2000)and(E1=230)and(F1=280)and(C2=2
 000)and(D2=2000)and(E2=690)and(F2=600)and(O1=2000)and(P1=2000)and(Q1=
 450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 7$)and($t < 7.5$)then(G1=230)and(H1=280)and(E1=2000)and(F1=2000)and(C2=6
 90)and(D2=600)and(E2=2000)and(F2=2000)and(O1=450)and(P1=440)and(Q1=20
 00)and(R1=2000)and(U1=2000)and(V1=2000)and(A2=560)and(B2=230)
 if($t > 7.5$)and($t < 8$)then(G1=2000)and(H1=2000)and(E1=230)and(F1=280)and(C2=2

000)and(D2=2000)and(E2=690)and(F2=600)and(O1=2000)and(P1=2000)and(Q1=450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 8$)and($t < 8.5$)then(G1=230)and(H1=280)and(E1=2000)and(F1=2000)and(C2=690)and(D2=600)and(E2=2000)and(F2=2000)and(O1=450)and(P1=440)and(Q1=2000)and(R1=2000)and(U1=2000)and(V1=2000)and(A2=560)and(B2=230)
 if($t > 8.5$)and($t < 9$)then(G1=2000)and(H1=2000)and(E1=230)and(F1=280)and(C2=2000)and(D2=2000)and(E2=690)and(F2=600)and(O1=2000)and(P1=2000)and(Q1=450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 9$)and($t < 9.5$)then(G1=230)and(H1=280)and(E1=2000)and(F1=2000)and(C2=690)and(D2=600)and(E2=2000)and(F2=2000)and(O1=450)and(P1=440)and(Q1=2000)and(R1=2000)and(U1=2000)and(V1=2000)and(A2=560)and(B2=230)
 if($t > 9.5$)and($t < 10$)then(G1=2000)and(H1=2000)and(E1=230)and(F1=280)and(C2=2000)and(D2=2000)and(E2=690)and(F2=600)and(O1=2000)and(P1=2000)and(Q1=450)and(R1=440)and(U1=560)and(V1=230)and(A2=2000)and(B2=2000)
 if($t > 0.01$)and($t < 0.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 0.5$)and($t < 1$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t > 1$)and($t < 1.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 1.5$)and($t < 2$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t > 2$)and($t < 2.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 2.5$)and($t < 3$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t > 3$)and($t < 3.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 3.5$)and($t < 4$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t > 4$)and($t < 4.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 4.5$)and($t < 5$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t > 5$)and($t < 5.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 5.5$)and($t < 6$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t > 6$)and($t < 6.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 6.5$)and($t < 7$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)

)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t > 7$)and($t < 7.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 7.5$)and($t < 8$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t > 8$)and($t < 8.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 8.5$)and($t < 9$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t > 9$)and($t < 9.5$)then(K1=340)and(L1=70)and(M1=2000)and(N1=2000)and(I2=2000)and(J2=2000)and(K2=800)and(L2=390)
 if($t > 9.5$)and($t < 10$)then(K1=2000)and(L1=2000)and(M1=340)and(N1=70)and(I2=800)and(J2=390)and(K2=2000)and(L2=2000)
 if($t < 0.01$)then(I1=2000)and(J1=2000)and(S1=2000)and(T1=2000)and(G2=2000)and(H2=2000)
 if($t > 0.01$)and($t < 0.5$)then(I1=290)and(J1=170)and(S1=2000)and(T1=2000)and(G2=750)and(H2=490)
 if($t > 0.5$)and($t < 1$)then(I1=2000)and(J1=2000)and(S1=510)and(T1=330)and(G2=2000)and(H2=2000)
 if($t > 1$)and($t < 1.5$)then(I1=290)and(J1=170)and(S1=2000)and(T1=2000)and(G2=750)and(H2=490)
 if($t > 1.5$)and($t < 2$)then(I1=2000)and(J1=2000)and(S1=510)and(T1=330)and(G2=2000)and(H2=2000)
 if($t > 2$)and($t < 2.5$)then(I1=290)and(J1=170)and(S1=2000)and(T1=2000)and(G2=750)and(H2=490)
 if($t > 2.5$)and($t < 3$)then(I1=2000)and(J1=2000)and(S1=510)and(T1=330)and(G2=2000)and(H2=2000)
 if($t > 3$)and($t < 3.5$)then(I1=290)and(J1=170)and(S1=2000)and(T1=2000)and(G2=750)and(H2=490)
 if($t > 3.5$)and($t < 4$)then(I1=2000)and(J1=2000)and(S1=510)and(T1=)and(G2=2000)and(H2=2000)
 if($t > 4$)and($t < 4.5$)then(I1=290)and(J1=170)and(S1=2000)and(T1=2000)and(G2=750)and(H2=490)
 if($t > 4.5$)and($t < 5$)then(I1=2000)and(J1=2000)and(S1=510)and(T1=330)and(G2=2000)and(H2=2000)
 if($t > 5$)and($t < 5.5$)then(I1=290)and(J1=170)and(S1=2000)and(T1=2000)and(G2=750)and(H2=490)
 if($t > 5.5$)and($t < 6$)then(I1=2000)and(J1=2000)and(S1=510)and(T1=330)and(G2=2000)and(H2=2000)
 if($t > 6$)and($t < 6.5$)then(I1=290)and(J1=170)and(S1=2000)and(T1=2000)and(G2=750)and(H2=490)

if($t > 6.5$)and($t < 7$)then($I1=2000$)and($J1=2000$)and($S1=510$)and($T1=330$)and($G2=2000$)and($H2=2000$)
 if($t > 7$)and($t < 7.5$)then($I1=290$)and($J1=170$)and($S1=2000$)and($T1=2000$)and($G2=750$)and($H2=490$)
 if($t > 7.5$)and($t < 8$)then($I1=2000$)and($J1=2000$)and($S1=510$)and($T1=330$)and($G2=2000$)and($H2=2000$)
 if($t > 8$)and($t < 8.5$)then($I1=290$)and($J1=170$)and($S1=2000$)and($T1=2000$)and($G2=750$)and($H2=490$)
 if($t > 8.5$)and($t < 9$)then($I1=2000$)and($J1=2000$)and($S1=510$)and($T1=330$)and($G2=2000$)and($H2=2000$)
 if($t > 9$)and($t < 9.5$)then($I1=290$)and($J1=170$)and($S1=2000$)and($T1=2000$)and($G2=750$)and($H2=490$)
 if($t > 9.5$)and($t < 10$)then($I1=2000$)and($J1=2000$)and($S1=510$)and($T1=330$)and($G2=2000$)and($H2=2000$)
 if($x > G1-I-121$)and($x < G1-I+121$)and($y > H1-J-83$)and($y < H1-J+83$)then($t1=t$)and(stop(t))
 if($x > Q1-I-121$)and($x < Q1-I+121$)and($y > R1-J-83$)and($y < R1-J+83$)then($t2=t$)and(stop(t))
 if($x > E2-I-121$)and($x < E2-I+121$)and($y > F2-J-83$)and($y < F2-J+83$)then($t3=t$)and(stop(t))
 if($x > M1-I-121$)and($x < M1-I+121$)and($y > N1-J-83$)and($y < N1-J+83$)then($t4=t$)and(stop(t))
 if($x > A2-I-121$)and($x < A2-I+121$)and($y > B2-J-83$)and($y < B2-J+83$)then($t5=t$)and(stop(t))
 if($x > K2-I-121$)and($x < K2-I+121$)and($y > L2-J-83$)and($y < L2-J+83$)then($t6=t$)and(stop(t))
 if($x > I1-I-101$)and($x < I1-I+101$)and($y > J1-J-90$)and($y < J1-J+90$)then($t7=t$)and(stop(t))
 if($x > E1-I-121$)and($x < E1-I+121$)and($y > F1-J-83$)and($y < F1-J+83$)then($O=250$)and($P=600$)and($E1=2000$)and($F1=2000$)
 if($x > O1-I-121$)and($x < O1-I+121$)and($y > P1-J-83$)and($y < P1-J+83$)then($Q=258$)and($R=580$)and($O1=2000$)and($P1=2000$)
 if($x > C2-I-121$)and($x < C2-I+121$)and($y > D2-J-83$)and($y < D2-J+83$)then($S=260$)and($T=560$)and($C2=2000$)and($D2=2000$)
 if($x > K1-I-121$)and($x < K1-I+121$)and($y > L1-J-83$)and($y < L1-J+83$)then($U=260$)and($V=540$)and($K1=2000$)and($L1=2000$)
 if($x > U1-I-121$)and($x < U1-I+121$)and($y > V1-J-83$)and($y < V1-J+83$)then($A1=268$)and($B1=520$)and($U1=2000$)and($V1=2000$)
 if($x > I2-I-121$)and($x < I2-I+121$)and($y > J2-J-83$)and($y < J2-J+83$)then($C1=272$)and($D1=500$)and($I2=2000$)and($J2=2000$)
 if($x > G-I-30$)and($x < G-I+30$)and($y > H-J$)and($y < H-J+30$)then($O2=820$)and($P2=250$)and(stop(t))

2.2.6 ENERGÍA DE UN CAPACITOR CARGADO. DENSIDAD DE ENERGÍA

Para "cargar" un capacitor se requiere energía, la cual se almacena en el campo eléctrico que se origina entre las placas del mismo; para determinar la expresión de dicha energía recordemos que $C = q/V$, de donde $V = q/C$. De la definición de potencial, $V = dE_E/dq$, tenemos:

$$dE_E = V dq = \frac{q}{C} dq$$

Si el proceso de carga inicia con $q = 0$ y prosigue hasta $q = Q$ se tiene:

$$E_E = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{C} \frac{q^2}{2} \Big|_0^Q$$

$$\boxed{E_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}} \quad (2.2.6.1)$$

El concepto de capacitancia nos permite escribir la ecuación anterior en las dos formas alternas siguientes:

$$\boxed{E_E = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV} \quad (2.2.6.2)$$

Para convencernos de que la energía potencial eléctrica se almacena efectivamente en el campo eléctrico, consideremos el capacitor de placas planas de la figura 2.2.6.1. Si elegimos un pequeño volumen $\Delta v = \Delta l^3$, éste será atravesado por el campo \vec{E} ; si se colocaran hojas muy finas de metal en las dos caras de área Δl^2 del pequeño cubo, paralelas a las placas del capacitor, el cubo sería en sí mismo un minúsculo capacitor de placas planas, de área Δl^2 y separación interplacas Δl , de tal manera que su capacitancia sería $\Delta C = \epsilon \Delta l^2 / \Delta l = \epsilon \Delta l$. La diferencia de potencial interlaminillas es $\Delta V = E \Delta l$, de modo que la pequeña energía electrostática almacenada en Δv , a partir de la ecuación (2.2.6.2) es:

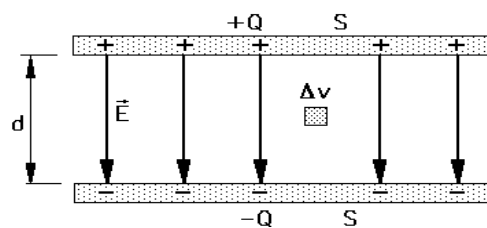


Figura 2.2.6.1

$$\Delta E_E = \frac{1}{2} \Delta C \Delta V^2 = \frac{1}{2} \varepsilon \Delta l E^2 \Delta l^2 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \Delta l^3 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \Delta v$$

de donde, la energía electrostática por unidad de volumen o "densidad volumétrica de energía electrostática" en la celda es:

$$e_E = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta E_E}{\Delta v} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \quad (2.2.6.3)$$

En realidad no se requiere de material alguno entre las placas del capacitor para que la energía quede atrapada, pues es el campo mismo el que almacena la energía; luego, en espacio vacío, la energía almacenada por unidad de volumen es:

$$e_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \quad (2.2.6.4)$$

Pero si en la región existe un dieléctrico de permitividad ε , la densidad de energía se ve incrementada debido a la polarización del mismo en la forma:

$$e_E = \frac{1}{2} (\varepsilon_0 E^2 + PE) = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \quad (2.2.6.5)$$

Sea cual fuere el caso, vemos que es el campo eléctrico el que almacena la energía potencial eléctrica.

A partir de las ecuaciones (2.2.6.3) y (2.2.6.5) se puede obtener la expresión general para la energía electrostática almacenada en el campo eléctrico, en efecto:

$$E_E = \int e_E dv = \frac{1}{2} \int \varepsilon E^2 dv = \frac{1}{2} \int DE dv$$

es decir:

$$E_E = \frac{1}{2} \int \vec{D} \cdot \vec{E} dv \quad (2.2.6.6)$$

Para el caso del capacitor de placas planas, $E = V/d$ y $D = \varepsilon E = \varepsilon V/d$, y despreciando el efecto de bordes se tiene:

$$E_E = \frac{1}{2} \int \varepsilon \frac{V^2}{d^2} dv = \frac{\varepsilon V^2}{2d^2} \int dv = \frac{\varepsilon V^2}{2d^2} v = \frac{\varepsilon V^2 Sd}{2d^2} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon S}{d} V^2$$

es decir, $E_E = \frac{1}{2} CV^2$, al igual que (2.2.6.2).

Relacionando las ecuaciones (2.2.6.2) y (2.2.6.6) se obtiene la expresión más general que define el concepto de capacitancia, esto es:

$$C = \int \frac{\vec{D} \cdot \vec{E}}{V^2} dv \quad (2.2.6.7)$$

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM226C01

EM226C02

EM226C03

EM226C04

b) Ejercitativas:

EM226E01

EM226E02

EM226E03

c) Lúdica:

EM226L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA

Modellus - C:\MODELLUS\CELESDIE\EM226E02.mdl

File Edit Case Window Help

Cases: [Icons]

Control

t = 54.70

0 55

[Buttons]



Options...

ENERGÍA DE UN CAPACITOR CARGADO. DENSIDAD DE ENERGÍA

Un capacitor cargado almacena 5 J de energía a un voltaje de 200 V. Halle su capacitancia y la carga de una de sus armaduras.

$$E_P = \frac{1}{2} QV$$
$$Q = \frac{2E_P}{V} = \frac{2 \cdot 5}{200}$$

$Q = 0,05 \text{ C}$



Pulse "comenzar" y estudie el siguiente ejercicio resuelto...

MODELO MATEMÁTICO

A=130

B=600

C=200

D=500

E=510

F=487

G=365

H=467

U=850

V=450

A1=760

B1=340

if($t < 1$)then($I=2000$)and($J=2000$)

if($t > 1$)then($I=400$)and($J=360$)

if($t > 31$)then($I=400$)and($J=-50*(t-39.2)-50$)

if($t < 5$)then($K=2000$)and($K=2000$)

if($t > 5$)then($K=433$)and($L=270$)

if($t > 25$)then($K=433$)and($L=-50*(t-31.4)-50$)

if($t < 7$)then($M=2000$)and($N=2000$)

if($t > 7$)and($t < 12.8$)then($M=420$)and($N=50*(t-10)+40$)

if($t > 20$)then($M=420$)and($N=-50*(t-24.6)-50$)

if($t < 40$)then ($O=2000$)and($P=2000$)

if($t > 40$)then($O=380$)and($P=350$)

if($t < 44$)then($Q=2000$)and($R=2000$)

if($t > 44$)then($Q=410$)and($R=250$)

if($t < 46$)then($S=2000$)and($T=2000$)

if($t > 46$)and($t < 51.4$)then($S=400$)and($T=50*(t-49)+40$)

2.2.7 LÍNEA DE CARGA

Supongamos una carga positiva Q distribuida uniformemente sobre una línea muy delgada de longitud total L , con centro en el origen, como se muestra en la figura 2.2.7.1; así, la densidad lineal de carga es $\lambda = Q/L$. Desarrollemos ahora la expresión para \vec{E} en un punto P cualquiera situado sobre el eje R ; considerando el diferencial de longitud dz , el cual retiene la carga $dq = \lambda dz$, el diferencial de campo en P es:

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon r^2} \vec{u}_r = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon r^2} \vec{u}_r$$

(a)

en donde:

$$\vec{u}_r = \frac{R\vec{u}_R - z\vec{k}}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad \text{y} \quad r = \sqrt{R^2 + z^2}$$

Debido a la simetría axial, la componente en Z se elimina y:

$$d\vec{E} = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon(R^2 + z^2)} \frac{R\vec{u}_R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

$$d\vec{E} = \frac{\lambda R dz}{4\pi\epsilon(R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{u}_R \quad (b)$$

Para obtener el campo total en P , integramos (b) desde $-L/2$ hasta $L/2$:

$$\vec{E} = \frac{\lambda R \vec{u}_R}{4\pi\epsilon} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\lambda R \vec{u}_R}{4\pi\epsilon} \frac{z}{R^2 \sqrt{R^2 + z^2}} \Big|_{-L/2}^{L/2} = \frac{\lambda \vec{u}_R}{4\pi\epsilon R} \frac{2L/2}{\sqrt{R^2 + L^2/4}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda L}{2\pi\epsilon R \sqrt{4R^2 + L^2}} \vec{u}_R} \quad (2.2.7.1)$$

de modo que el campo es radial plano y decrece con R .

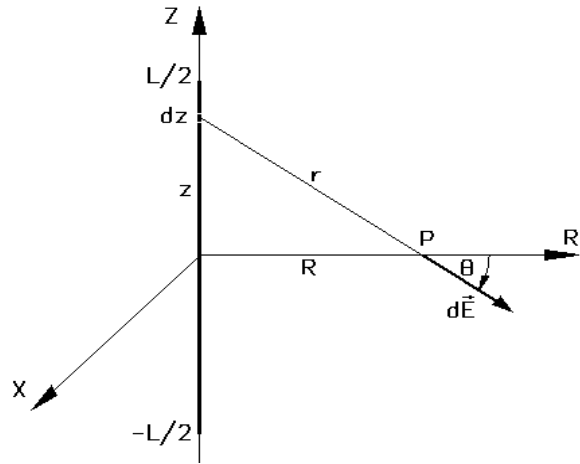


Figura 2.2.7.1

Si la longitud de la línea es infinita, $\pm L/2 \rightarrow \pm\infty$, y la ecuación anterior se convierte en:

$$\vec{E} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\lambda L/L}{2\pi\epsilon R \sqrt{4R^2/L^2 + L^2/L^2}} \vec{u}_R = \frac{\lambda \vec{u}_R}{2\pi\epsilon R \sqrt{0+1}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon R} \vec{u}_R} \quad (2.2.7.2)$$

La diferencia de potencial V_{BA} de un punto B respecto a A es:

$$V_{BA} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_{R_A}^{R_B} \frac{\lambda \vec{u}_R}{2\pi\epsilon R} \cdot dR \vec{u}_R = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon} \int_{R_A}^{R_B} \frac{dR}{R} = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_B}{R_A}$$

es decir:

$$\boxed{V_{BA} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_A}{R_B}} \quad (2.2.7.3)$$

Si la carga está distribuida sobre una cáscara cilíndrica delgada y larga, de radio R_C , el campo externo ($R > R_C$) está dado por la ecuación (2.2.7.2), mientras en el interior $\vec{E} = 0$. La diferencia de potencial fuera del cilindro ($R_B > R_C$ y $R_A > R_C$) está dada por la ecuación (2.2.7.3); dentro del cilindro el potencial es constante e igual que en la superficie de modo que la diferencia de potencial $V_{BA} = 0$ ($R_B \leq R_C$ y $R_A \leq R_C$).

Una situación especial se presenta en los cables coaxiales, esto es, dos conductores cilíndricos que tienen su eje común; esto se muestra en corte en la figura 2.2.7.2. Supongamos un cable coaxial infinitamente largo cuyos conductores tienen los radios R_i y R_e y que retienen las cargas lineales $+\lambda$ y $-\lambda$, respectivamente. El campo se restringe a la región comprendida entre los conductores y su valor está dado por la ecuación (2.2.7.2),

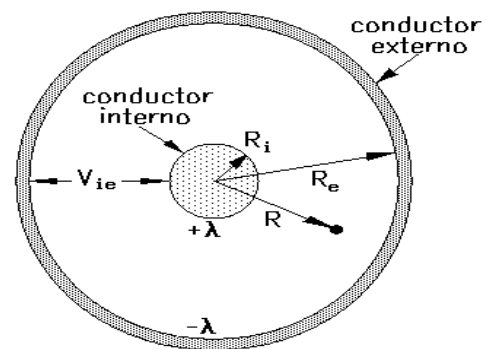


Figura 2.2.7.2

en donde $\{R_i \leq R \leq R_e\}$ y λ es la densidad lineal de carga del conductor interno. La diferencia de potencial entre los conductores es, según (2.2.7.3):

$$V_{ie} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_e}{R_i} \quad (2.2.7.4)$$

de modo que su capacitancia por unidad de longitud es:

$$\frac{C}{l} = \frac{\lambda}{V} = \frac{\lambda 2\pi\epsilon}{\lambda \ln R_e/R_i}$$

es decir:

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{R_e}{R_i}} \quad (2.2.7.5)$$

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM227C01

EM227C02

EM227C03

b) Ejercitativas:

EM227E01

EM227E02

c) Lúdica:

EM227L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA

Modellus - C:\MODELLUS\CELESDIE\EM227C03.mdl

File Edit Case Window Help

Cases: [Icons]

Control

t = 59.50

0 60

Options...

LÍNEA DE CARGA

Una situación especial se presenta en los cables coaxiales, esto es, dos conductores cilíndricos que tienen su eje común.

Supongamos un cable coaxial infinitamente largo cuyos conductores tienen los radios R_i y R_e y que retienen las cargas lineales $+\lambda$ y $-\lambda$ respectivamente.

El campo se restringe a la región comprendida entre los conductores y su valor está dado por

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon R} \vec{u}_R$$

En donde:

$$\{R_i \leq R \leq R_e\}$$

λ es la densidad lineal de carga del conductor interno.

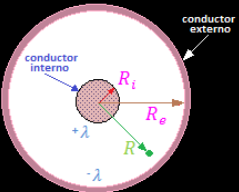
La diferencia de potencial entre los conductores es:

$$V_{ie} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_e}{R_i}$$

La capacitancia por unidad de longitud es:

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{R_e}{R_i}}$$

Pulse "comenzar" y estudie los siguientes conceptos...



MODELO MATEMÁTICO

A=300

B=600

C2=850

D2=430

E2=770

F2=310

if($t < 1$)then($C=2000$)and($D=2000$)

if($t > 1$)and($t < 10.16$)then($C=20$)and($D=60 \cdot (t-4)+150$)

if($t < 11$)then($Q1=2000$)and($R1=2000$)

if($t > 11$)then($Q1=800$)and($R1=60$)

if($t > 25$)then($Q1=2000$)and($R1=2000$)

if($t < 12$)then($E=2000$)and($F=2000$)

if($t > 12$)and($t < 21.83$)then($E=60 \cdot (t-24)+150$)and($F=460$)

if($t < 23$)then($G=2000$)and($H=2000$)and($I=2000$)and($J=2000$)and($K=2000$)and($L=2000$)

if($t > 23$)then($G=20$)and($H=425$)and($I=380$)and($J=412$)and($K=43$)and($L=412$)

if($t < 25$)then($S1=2000$)and($T1=2000$)

if($t > 25$)then($S1=800$)and($T1=60$)

if($t > 29$)then($S1=2000$)and($T1=2000$)

if($t < 27$)then($M=2000$)and($N=2000$)and($O=2000$)and($P=2000$)and($Q=2000$)and($R=2000$)

if($t > 27$)then($M=20$)and($N=395$)and($O=350$)and($P=385$)and($Q=405$)and($R=385$)

if($t < 29$)then($U1=2000$)and($V1=2000$)

if($t > 29$)then($U1=800$)and($V1=60$)

if($t < 30$)then($S=2000$)and($T=2000$)

if($t > 30$)and($t < 37.2$)then($S=20$)and($T=50 \cdot (t-32)+100$)

if($t < 38$)then($U=2000$)and($V=2000$)

if($t > 38$)and($t < 40.8$)then($U=50 \cdot (t-40)+50$)and($V=250$)

if($t < 41$)then($A1=2000$)and($B1=2000$)

if($t > 41$)then($A1=220$)and($B1=260$)

if($t < 43$)then($C1=2000$)and($D1=2000$)

if($t > 43$)then($C1=285$)and($D1=205$)

if($t < 45$)then($G1=2000$)and($H1=2000$)and($E1=2000$)and($F1=2000$)

if($t > 45$)then($G1=230$)and($H1=170$)and($E1=245$)and($F1=180$)

if($t < 48$)then($M1=2000$)and($N1=2000$)

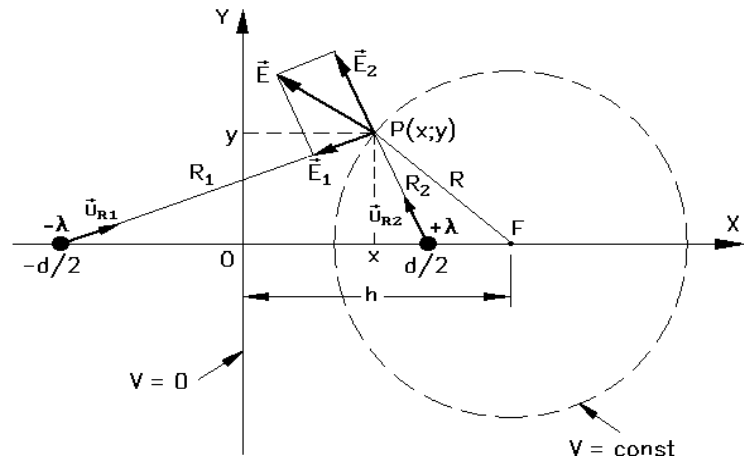
if($t > 48$)and($t < 57$)then($M1=50 \cdot (t-52)+100$)and($N1=120$)

if($t < 48$)then($O1=2000$)and($P1=2000$)

if($t > 48$)and($t < 57$)then($O1 = 50 * (t - 49.5) + 100$))and($P1 = 1$)
if($t < 51$)then($I1 = 200$)and($J1 = 2000$)
if($t > 51$)and($t < 56.9$)then($I1 = 50 * (t - 58) + 100$)and($J1 = 120$)
if($t < 51$)then($K1 = 2000$)and($L1 = 2000$)
if($t > 51$)and($t < 56.9$)then($K1 = 50 * (t - 55.8) + 100$)and($L1 = 1$)

2.2.8 DOS LÍNEAS DE CARGA

Consideremos ahora el caso de dos líneas delgadas paralelas con cargas iguales y opuestas y de longitud infinita; sus densidades lineales de carga son $+\lambda = +Q/l$ y $-\lambda = -Q/l$, como se ve en la figura 2.2.8.1. Los vectores unitarios salen de los conductores.



F i g u r a 2 . 2 . 8 . 1

El campo \vec{E} resultante en el punto $P(x; y)$ es la suma de los campos producidos por los conductores considerados individualmente, es-to es:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon R_1} \vec{u}_{R1} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon R_2} \vec{u}_{R2}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \left(\frac{\vec{u}_{R2}}{R_2} - \frac{\vec{u}_{R1}}{R_1} \right)} \quad (2.2.8.1)$$

Ahora hallaremos el voltaje entre P y O, considerando que el potencial de O es cero, esto es, el referencial. De acuerdo a la ecuación (2.2.7.3), el voltaje V_{PO} para cada conductor por separado es:

$$V_1 = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d/2}{R_1} \quad \text{y} \quad V_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{d/2}{R_2}$$

de modo que el voltaje resultante es:

$$V_{PO} = V_1 + V_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \left(\ln \frac{d/2}{R_2} - \ln \frac{d/2}{R_1} \right) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_1 \cdot d/2}{R_2 \cdot d/2}$$

$$\boxed{V_{PO} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_1}{R_2}} \quad (2.2.8.2)$$

Evidentemente el voltaje V_{PO} de la ecuación anterior es a la vez el potencial absoluto del punto P, pues el potencial de O es cero. Si suponemos que $V_{PO} = V_P = \text{constante}$ en la ecuación (2.2.8.2), podremos determinar la ecuación de la línea equipotencial; en efecto:

$$\ln \frac{R_1}{R_2} = \frac{2\pi\epsilon V_P}{\lambda}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \exp\left\{\frac{2\pi\epsilon V_P}{\lambda}\right\} = K$$

$$R_1 = KR_2$$

Pero $R_1 = \sqrt{(d/2 + x)^2 + y^2}$ y $R_2 = \sqrt{(d/2 - x)^2 + y^2}$, luego:

$$\left(\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2 = K^2 \left[\left(\frac{d}{2} - x\right)^2 + y^2\right]$$

que luego de unos arreglos algebraicos toma la forma:

$$\left[x + \frac{d(K^2 + 1)}{2(K^2 - 1)}\right]^2 + y^2 = \left(\frac{Kd}{K^2 - 1}\right)^2 \quad (a)$$

Recordemos que la ecuación de la circunferencia con centro $F(h; 0)$ es:

$$(x + h)^2 + y^2 = R^2 \quad (b)$$

Comparando (a) y (b) vemos que $R = \frac{Kd}{K^2 - 1}$ y $h = \frac{d(K^2 + 1)}{2(K^2 - 1)}$, de modo que la línea equipotencial $V = V_P$ es la circunferencia de centro $F(h; 0)$ y radio $R = Kd/(K^2 - 1)$ dada por la ecuación (a). Dada la tridimensionalidad involucrada en la situación analizada, la línea equipotencial se convierte en una superficie equipotencial cilíndrica cuyo eje pasa por el punto $F(h; 0)$ y es paralelo a los conductores.

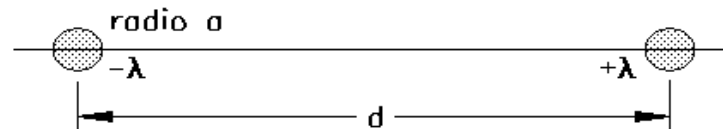


Figura 2.2.8.2

El formato de cable eléctrico de dos líneas paralelas, figura 2.2.8.2, es uno de los más comunes en la vida práctica. Por supuesto, el campo dentro de los conductores es cero y el potencial es el mismo que en su superficie, aunque la densidad de carga es mayor en los lados adyacentes de los conductores. La diferencia de potencial entre uno de los conductores y el punto medio del segmento que los une es:

$$V_C = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln K = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d + \sqrt{d^2 - 4a^2}}{2a} \right) \quad (c)$$

en donde a es el radio de cada conductor y d su separación de centro a centro. En consecuencia, la diferencia de potencial entre los dos conductores es:

$$V = 2V_C = \frac{\lambda}{\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d + \sqrt{d^2 - 4a^2}}{2a} \right) \quad (2.2.8.3)$$

de modo que su capacitancia por unidad de longitud es:

$$\frac{C}{l} = \frac{\lambda}{V} = \frac{\lambda\pi\epsilon}{\lambda \ln \left(\frac{d + \sqrt{d^2 - 4a^2}}{2a} \right)}$$

$$\frac{C}{l} = \frac{\pi\epsilon}{\ln \left(\frac{d + \sqrt{d^2 - 4a^2}}{2a} \right)} \quad (2.2.8.4)$$

Para el caso de una línea de transmisión de un solo conductor con retorno por tierra, figura 2.2.8.3, la diferencia de potencial entre el conductor y tierra es similar al de la ecuación (c), en donde $d = 2h$ representa el doble de la altura media del conductor con respecto al suelo de modo que el voltaje del conductor respecto a tierra y la capacitancia por unidad de longitud son:

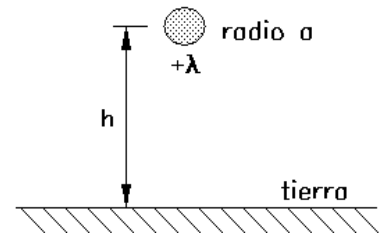


Figura 2.2.8.3

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{h + \sqrt{h^2 - a^2}}{a} \right) \quad (2.2.8.5)$$

y:

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left(\frac{h + \sqrt{h^2 - a^2}}{a} \right)} \quad (2.2.8.6)$$

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM228C01

EM228C02

EM228C03

EM228C04

b) Ejercitativas:

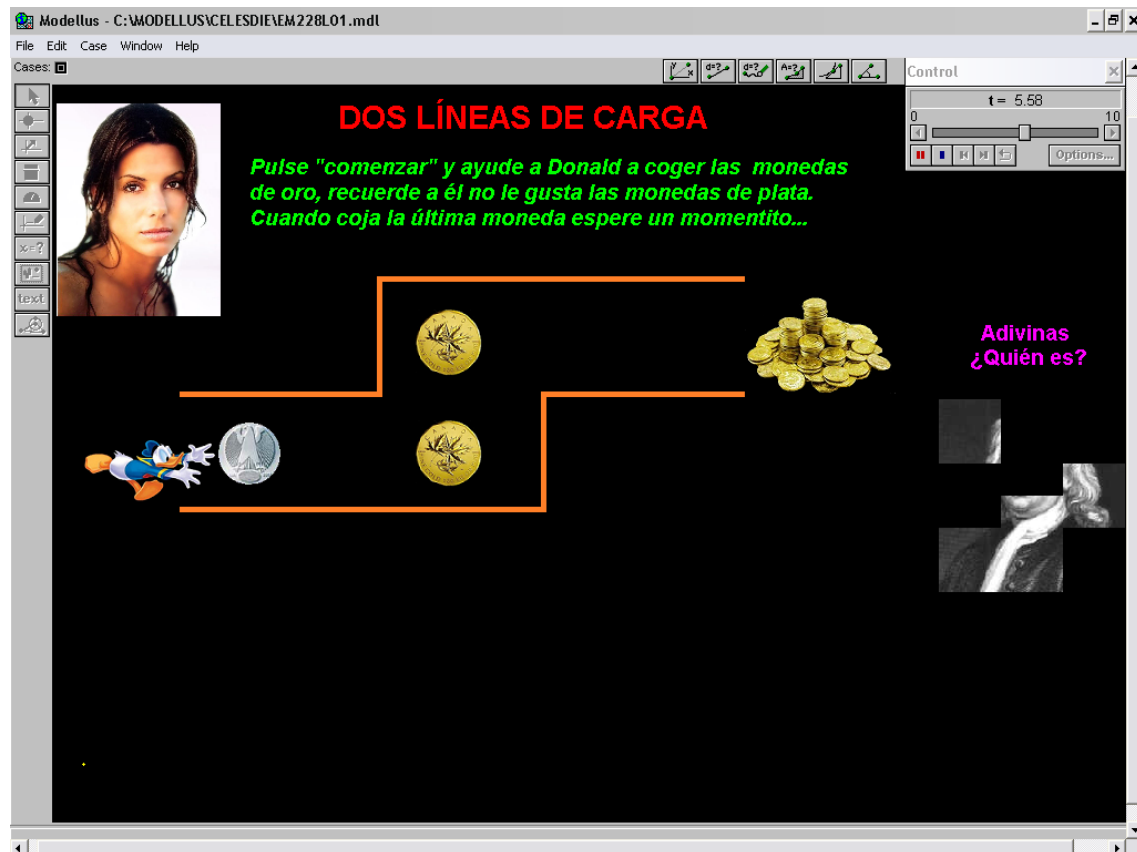
EM228E01

EM228E02

c) Lúdicas:

EM228L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

A=230

B=600

C=50

D=500

E=150

F=550

G=700

H=40

I=60

J=265

K=572

L=109

M=395

N=215

O=141

P=319

Q=71

R=215

S=250

T=109

U=500

V=5

E2=665

F2=387

A3=483

B3=161

C3=306

D3=267

E3=160

F3=161

G3=338

H3=57

I3=250

J3=230

K3=415

L3=282

M3=505

N3=334

O3=433

P3=438

Q3=267

R3=386

S3=178

T3=334

Px1=x1

Py1=y1

Px2=x2

Py2=y2

If($t < 0.01$) then ($C1=480$) and ($D1=50$) and ($G1=320$) and ($H1=160$) and ($K1=220$) and ($L1=265$) and ($A1=580$) and ($B1=50$) and ($E1=420$) and ($F1=160$) and ($I1=220$) and ($J1=160$) and ($M1=60$) and ($N1=265$) and ($G2=200$) and ($H2=2000$) and ($I2=200$) and ($J2=2000$) and ($K2=2000$) and ($L2=2000$) and ($M2=200$) and ($N2=2000$) and ($U2=200$) and ($V2=2000$) and ($O2=2000$) and ($P2=2000$) and ($Q2=200$) and ($R2=2000$) and ($S2=200$) and ($T2=2000$) and ($U3=200$) and ($V3=2000$) and ($A4=2000$) and ($B4=200$)

If($t < 5$) then ($O1=2000$) and ($P1=2000$) and ($U1=2000$) and ($V1=2000$) and ($I=2000$) and ($J=2000$) and ($Q1=2000$) and ($R1=200$) and ($S1=2000$) and ($T1=200$) and ($I3=2000$) and ($J3=200$) and ($K3=2000$) and ($L3=200$) and ($M3=2000$) and ($N3=200$) and ($E2=2000$) and ($F2=200$) and ($O3=2000$) and ($P3=200$) and ($Q3=2000$) and ($R3=200$) and ($S3=2000$) and ($T3=200$) and ($K2=2000$) and ($L2=200$) and ($M2=2000$) and ($N2=200$) and ($U2=2000$) and ($V2=200$)

If($t > 5$) then ($I=60$) and ($J=265$) and ($G=2000$) and ($H=2000$) and ($Q1=330$) and ($R1=280$) and ($S1=330$) and ($T1=380$) and ($I3=250$) and ($J3=230$) and ($K3=415$) and ($L3=282$) and ($M3=505$) and ($N3=334$) and ($E2=665$) and ($F2=387$) and ($O3=433$) and ($P3=438$) and ($Q3=267$) and ($R3=386$) and ($S3=178$) and ($T3=334$) and ($A1=2000$) and ($B1=200$) and ($E1=2000$) and ($F1=200$) and ($I1=2000$) and ($J1=200$) and ($O=2000$) and ($P=200$) and ($C3=2000$) and ($D3=200$) and ($M=2000$) and ($N=200$) and ($A3=2000$) and ($B3=200$) and ($K=2000$) and ($L=200$) and ($U=2000$) and ($V=200$) and ($G3=2000$) and ($H3=200$) and ($S=2000$) and ($T=200$) and ($E3=2000$) and ($F3=200$) and ($Q=2000$) and ($R=200$) and ($M1=2000$) and ($N1=200$)

if($t > 0.01$) and ($t < 1$) then ($C1=480$) and ($D1=50$) and ($G1=320$) and ($H1=160$) and ($K1=220$) and ($L1=265$)

if($t > 1$) and ($t < 2$) then ($C1=2000$) and ($D1=2000$) and ($G1=320$) and ($H1=160$) and ($K1=2000$) and ($L1=2000$)

if($t > 2$) and ($t < 3$) then ($C1=480$) and ($D1=50$) and ($G1=2000$) and ($H1=2000$) and ($K1=220$) and ($L1=265$)

if($t > 3$) and ($t < 4$) then ($C1=2000$) and ($D1=2000$) and ($G1=320$) and ($H1=160$) and ($K1=2000$) and ($L1=2000$)

if($t > 4$) and ($t < 5$) then ($C1=2000$) and ($D1=2000$) and ($G1=2000$) and ($H1=2000$) and ($K1=2000$) and ($L1=2000$)

if($t > 5$) and ($t < 6$) then ($O1=150$) and ($P1=280$) and ($U1=2000$) and ($V1=200$)

```

if(t>6)and(t<7)then(O1=2000)and(P1=200)and(U1=490)and(V1=380)
if(t>7)and(t<8)then(O1=150)and(P1=280)and(U1=2000)and(V1=200)
if(t>8)and(t<9)then(O1=2000)and(P1=200)and(U1=490)and(V1=380)
if(t>9)then(O1=2000)and(P1=200)and(U1=2000)and(V1=200)
if(x1>-278)and(x1<23)and(y1>39)and(y1<98)then(t1=t)and(stop(t))
if(x1>-278)and(x1<-155)and(y1>39)and(y1<204)then(t2=t)and(stop(t))
if(x1>-455)and(x1<-155)and(y1>145)and(y1<204)then(t3=t)and(stop(t))
if(x1>-332)and(x1<-455)and(y1>145)and(y1<308)then(t4=t)and(stop(t))
if(x1>-781)and(x1<-332)and(y1>249)and(y1<308)then(t5=t)and(stop(t))
if(x1>-781)and(x1<-478)and(y1>145)and(y1<205)then(t6=t)and(stop(t))
if(x1>-601)and(x1<-478)and(y1>39)and(y1<204)then(t7=t)and(stop(t))
if(x1>-601)and(x1<-300)and(y1>39)and(y1<98)then(t8=t)and(stop(t))
if(x1>-423)and(x1<-300)and(y1>-65)and(y1<98)then(t9=t)and(stop(t))
if(x1>-423)and(x1<23)and(y1>-65)and(y1<-4)then(t10=t)and(stop(t))
if(x1>C1-G-85)and(x1<C1-G+85)and(y1>D1-H-53)and(y1<D1-H+53) then(t11=t)and
(stop(t))
if(x1>G1-G-85)and(x1<G1-G+85)and(y1>H1-H-53)and(y1<H1-H+53)then(t12=t)and
(stop(t))
if(x1>K1-G-85)and(x1<K1-G+85)and(y1>L1-H-53)and(y1<L1-H+53)then(t13=t)and
(stop(t))
if(x1>A1-G-87)and(x1<A1-G+87)and(y1>B1-H-55)and(y1<B1-H+55)then(A1=2000)
and(B1=2000)and(G2=800)and(H2=300)
if(x1>E1-G-87)and(x1<E1-G+87)and(y1>F1-H-55)and(y1<F1-H+55)then(E1=2000)
and(F1=2000)and(O2=912)and(P2=242)
if(x1>I1-G-87)and(x1<I1-G+87)and(y1>J1-H-55)and(y1<J1-H+55)then(I1=2000)and
(J1=2000)and(Q2=800)and(R2=184)
if(x1>M1-G-20)and(x1<M1-G+30)and(y1>N1-H-55)and(y1<N1-H+55)then(S2=856)
and(T2=199)and(U3=800)and(V3=400)and(M1=2000)and(N1=2000)
if(x2>-32)and(x2<268)and(y2>39)and(y2<98)then(t14=t)and(stop(t))
if(x2>-32)and(x2<416)and(y2>-65)and(y2<-4)then(t15=t)and(stop(t))
if(x2>294)and(x2<416)and(y2>-65)and(y2<98)then(t16=t)and(stop(t))
if(x2>294)and(x2<596)and(y2>39)and(y2<98)then(t17=t)and(stop(t))
if(x2>146)and(x2<268)and(y2>39)and(y2<202)then(t18=t)and(stop(t))
if(x2>146)and(x2<596)and(y2>143)and(y2<202)then(t19=t)and(stop(t))
if(x2>O1-I-85)and(x2<O1-I+85)and(y2>P1-J-53)and(y2<P1-J+53)then(t20=t)and
(stop(t))
if(x2>U1-I-85)and(x2<U1-I+85)and(y2>V1-J-53)and(y2<V1-J+53)then(t21=t)and
(stop(t))
if(x2>Q1-I-87)and(x2<Q1-I+87)and(y2>R1-J-55)and(y2<R1-J+55)then(Q1=2000)
and(R1=200)and(M2=800)and(N2=242)and(U2=912)and(V2=184)
if(x2>S1-I-87)and(x2<S1-I+87)and(y2>T1-J-55)and(y2<T1-J+55)then(S1=2000)

```

```
and(T1=200)and(K2=912)and(L2=300)
if(x2>E2-l-20)and(x2<E2-l+20)and(y2>F2-J-20)and(y2<F2-J+20)then(E2=2000)and
(F2=2000)and(l2=856)and(J2=286)and(A4=800)and(B4=100)and(l=2000)and(J=200
0)and(stop(t))
if(x2<-40)and(y2>-50)and(y2<50)then(t22=t)and(stop(t))
```


2.2.9 DIVERGENCIA DE \vec{D} y LAPLACIANO DE V

Ya sabemos, ecuación (2.1.7.3), que la integral cerrada de superficie del campo \vec{D} representa la carga neta encerrada dentro de dicha superficie. Al comprimir el volumen encerrado a valores muy pequeños obtenemos:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \Delta Q = \rho \Delta v$$

de donde:

$$\frac{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S}}{\Delta v} = \rho$$

y tomando el límite cuando $\Delta v \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S}}{\Delta v} = \rho \quad (a)$$

Pero, por definición, ecuación (1.1.7.1), la ecuación anterior representa la divergencia del campo vectorial \vec{D} , luego:

$$\boxed{\text{div } \vec{D} = \rho} \quad (2.2.9.1)$$

la cual puede ser expresada en cualquier sistema coordenado y constituye una de las "ecuaciones de Maxwell". Evidentemente, en una región libre de cargas, $\text{div } \vec{D} = 0$.

Ahora bien, a partir de la ley de Gauss:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{enc} = \int \rho dv \quad (b)$$

Utilizando (2.2.9.1) en (b) se obtiene:

$$\boxed{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \text{div } \vec{D} dv} \quad (2.2.9.2)$$

que es una forma particular del teorema de divergencia, ecuación (1.1.12.1).

Como aplicación de los conceptos anteriores podemos conocer lo que ocurre en un capacitor de placas planas con cargas superficiales reales $\pm\sigma$ en sus placas, las cuales están separadas por un dieléctrico polarizable de modo que en sus superficies se generan las cargas superficiales ficticias $\pm\sigma_p$. Si ambas cargas se distribuyen sobre películas de espesor Δx se tiene que:

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

(divergencia de \vec{D} producida por la carga real $\pm\sigma$ en las placas)

$$\text{div } \vec{P} = -\rho_p$$

(divergencia de \vec{P} producida por la carga ficticia $\pm\sigma_p$ en el dieléctrico)

$$V_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\text{div } \vec{P}}{r} dv$$

(potencial en un punto del dieléctrico debido a la distribución de polarización)

$$V_T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho - \text{div } \vec{P}}{r} dv$$

(potencial total en un punto del dieléctrico debido a la carga real y a la polarización)

$$\vec{E} = -\text{grad } V_T$$

(intensidad de campo en un punto del dieléctrico)

en donde r es la distancia desde el elemento de volumen que contiene la carga de polarización hasta el punto en el que se calcula V_p o V_T .

Como última extensión de la divergencia de \vec{D} tenemos:

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

Pero $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ y $\vec{E} = -\text{grad } V$, luego $\vec{D} = \epsilon (-\text{grad } V) = -\epsilon \text{ grad } V$ y:

$$\text{div}(-\epsilon \text{ grad } V) = \rho$$

o:

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} V) = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (c)$$

El doble operador, "divergencia del gradiente", es otro operador conocido como "operador laplaciano", lap , con lo que la ecuación (c) se reduce a:

$$\boxed{\operatorname{lap} V = -\frac{\rho}{\varepsilon}} \quad (2.2.9.3)$$

la cual se denomina "ecuación de Poisson".

Si en la ecuación anterior $\rho = 0$, entonces:

$$\boxed{\operatorname{lap} V = 0} \quad (2.2.9.4)$$

la cual se denomina "ecuación de Laplace".

En la aplicación práctica de las dos ecuaciones anteriores, el laplaciano de V ha de ser escrito en el sistema coordenado más conveniente; como recuerdo presentamos sus expresiones cartesiana, cilíndrica y esférica:

$$\boxed{\operatorname{lap} V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}} \quad (2.2.9.5)$$

$$\boxed{\operatorname{lap} V = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}} \quad (2.2.9.6)$$

$$\boxed{\operatorname{lap} V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{Sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\operatorname{Sen} \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{Sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}} \quad (2.2.9.7)$$

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM229C01

EM229C02

EM229C03

EM229C04

EM229C05

b) Ejercitativas:

EM229E01

EM229E02

c) Lúdica:

EM229L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA

Modellus - C:\MODELLUS\CELESDIE\EM229E02.mdl

File Edit Case Window Help

Cases: [Icons]

Control

t = 96.00

0 99

[Buttons] Options...

DIVERGENCIA DE D y LAPLACIANO DE V

Dado el campo $\vec{D} = 3R^3\vec{u}_R + R^2\text{Sen}\phi\vec{u}_\phi - 4z^2\vec{k}$ halle $\rho(1;\pi/3;2)$

$$\text{div } \vec{D} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (3R^4) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} (R^2 \text{Sen}\phi) - \frac{\partial}{\partial z} (4z^2)$$

$$\text{div } \vec{D} = \frac{1}{R} (12R^3) + \frac{1}{R} (R^2 \text{Cos}\phi) - 8z$$

$$\text{div } \vec{D} = 12R^2 + R\text{Cos}\phi - 8z$$



$$\rho = \text{div } \vec{D}$$

$$\rho = 12R^2 + R\text{Cos}\phi - 8z$$

$$\rho(1; \pi/3; 2) = 12 + \text{Cos}\left(\frac{\pi}{3}\right) - 16$$

$$\rho(1; \pi/3; 2) = -3,5 \text{ C/m}^3$$

¡Facilito Verdad!

Pulse "comenzar" y estudie el siguiente ejercicio resuelto...

MODELO MATEMÁTICO

$$A=40$$

$$B=600$$

$$C=30$$

$$D=500$$

$$E=325$$

$$F=490$$

$$G=590$$

$$H=488$$

$$C1=780$$

$$D1=400$$

$$E1=690$$

$$F1=300$$

$$\text{if}(t < 1) \text{ then } (I=2000) \text{ and } (J=2000)$$

$$\text{if}(t > 1) \text{ and } (t < 11.2) \text{ then } (I=50 \cdot (t-5)+60) \text{ and } (J=50 \cdot (t-4.5)+60)$$

$$\text{if}(t < 12) \text{ then } (K=2000) \text{ and } (L=2000)$$

$$\text{if}(t > 12) \text{ and } (t < 20.4) \text{ then } (K=350) \text{ and } (L=50 \cdot (t-15)+60)$$

$$\text{if}(t < 21) \text{ then } (M=2000) \text{ and } (N=2000)$$

$$\text{if}(t > 21) \text{ and } (t < 31.8) \text{ then } (M=50 \cdot (t-26)+60) \text{ and } (N=265)$$

$$\text{if}(t < 34) \text{ then } (Q=2000) \text{ and } (R=2000)$$

$$\text{if}(t > 34) \text{ then } (Q=350) \text{ and } (R=215)$$

$$\text{if}(t < 35) \text{ then } (S=2000) \text{ and } (T=2000)$$

$$\text{if}(t > 35) \text{ and } (t < 46.4) \text{ then } (S=350) \text{ and } (T=-50 \cdot (t-51)-60)$$

$$\text{if}(t < 47) \text{ then } (U=2000) \text{ and } (V=2000)$$

$$\text{if}(t > 47) \text{ and } (t < 58.8) \text{ then } (U=-50 \cdot (t-67)-60) \text{ and } (V=120)$$

$$\text{if}(t < 59) \text{ then } (A1=2000) \text{ and } (B1=2000)$$

$$\text{if}(t > 59) \text{ then } (A1=350) \text{ and } (B1=50-20 \cdot (\sin(0.2 \cdot t)))$$

$$\text{if}(t < 94) \text{ then } (O=2000) \text{ and } (P=2000)$$

$$\text{if}(t > 94) \text{ then } (O=40) \text{ and } (P=100)$$

2.2.10 LAPLACIANO DE V e INTENSIDAD DE CAMPO ELÉCTRICO

Cuando se conoce la geometría de dos conductores (planos, cilíndricos, cónicos, esféricos,...) y el voltaje de uno de ellos con respecto al otro, la ecuación de Laplace resulta ser la herramienta más útil para determinar la función potencial V ; y luego a partir de ella se determina el campo eléctrico \vec{E} . Si el potencial V depende de una sola coordenada, su resolución es inmediata; pero si depende de dos o tres coordenadas, la solución implicará la correspondiente separación de variables. Normalmente la complejidad del asunto está relacionada con la parte matemática.

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM2210C01

b) Ejercitativas:

EM2210E01

EM2210E02

c) Lúdica:

EM2210L01

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

$$A=440$$

$$B=200$$

$$S=(20*\sin(0.5*t))$$

$$T=(0.2*t)$$

$$Q=379$$

$$R=210$$

$$U=(20*\sin(0.5*t))$$

$$V=20+(23*\sin(0.9*t))$$

$$A1=90$$

$$B1=420$$

$$C1=5$$

$$D1=300$$

$$E1=200$$

$$F1=550$$

$$Q1=10*\sin(0.3*\pi*t)$$

$$R1=20*\sin(0.4*\pi*t)$$

$$A2=10*\cos(0.2*t)$$

$$B2=24*\cos(0.2*t)$$

$$Mx=x$$

$$My=y$$

if($t < 0.1$) then($I=443$) and($J=352$) and($G=296$) and($H=202$) and($E=453$) and($F=65$) and($C=562$) and($D=195$) and($K=450$) and($L=282$) and($O=450$) and($P=142$) and($M=519$) and($N=210$) and($G1=580$) and($H1=323$) and($I1=300$) and($J1=329$) and($K1=2000$) and($L1=200$) and($M1=2000$) and($N1=200$) and($O1=300$) and($P1=40$) and($S1=2000$) and($T1=200$) and($U1=580$) and($V1=35$) and($C2=2000$) and($D2=2000$) and($E2=2000$) and($F2=2000$)

if($t > 1$) and($t < 53$) then($K=450-(140*\sin(0.6*0.1*t))$) and($L=282$)

if($t > 29.6$) and($t < 53$) then($Q=379$) and($R=349-(140*\sin(0.6*0.1*t))$)

if($t > 53$) and($t < 79.2$) then($Q=379$) and($R=355+(140*\sin(0.6*0.1*t))$)

if($t > 52.6$) and($t < 105$) then($O=450+(140*\sin(0.6*0.1*t))$) and($P=142$)

if($t > 81.3$) and($t < 104$) then($M=519$) and($N=357+(140*\sin(0.6*0.1*t))$)

if($t > 104$) and($t < 124.7$) then($M=519$) and($N=349-(140*\sin(0.6*0.1*t))$)

if($x > I-A-8$) and($x < I-A+2$) and($y > J-B-5$) and($y < J-B+5$) then($I=200$) and($J=2000$) and($G1=2000$) and($H1=200$) and($K1=580$) and($L1=323$)

if($x > G-A-5$) and($x < G-A+2$) and($y > H-B-5$) and($y < H-B+5$) then($G=200$) and($H=2000$) and($I1=2000$) and($J1=2000$) and($M1=300$) and($N1=329$)

if($x > E-A-2$) and($x < E-A+8$) and($y > F-B-5$) and($y < F-B+5$) then($E=200$) and($F=2000$)

and(S1=300)and(T1=40)and(O1=2000)and(P1=2000)
 if(x>C-A-8)and(x<C-A+2)and(y>D-B-5)and(y<D-B+5)then(C=200)and(D=2000)and
 (U1=2000)and(V1=200)and(C2=580)and(D2=45)and(E2=800)and(F2=400)
 if(x>K-A-105)and(x<K-A+105)and(y>L-B-37)and(y<L-B+37)then(t1=t)and(stop(t))
 if(x>Q-A-41)and(x<Q-A+40)and(y>R-B-105)and(y<R-B+105)then(t2=t)and(stop(t))
 if(x>O-A-105)and(x<O-A+105)and(y>P-B-37)and(y<P-B+37)then(t3=t)and(stop(t))
 if(x>M-A-41)and(x<M-A+40)and(y>N-B-105)and(y<N-B+105)then(t4=t)and(stop(t))
 if(x>-101)and(x>118)and(y>185)and(y<259)then(t5=t)and(stop(t))
 if(x>39)and(x>118)and(y>45)and(y<259)then(t6=t)and(stop(t))
 if(x>-101)and(x>-22)and(y>45)and(y<259)then(t7=t)and(stop(t))
 if(x>-241)and(x>-22)and(y>45)and(y<119)then(t8=t)and(stop(t))
 if(x>-241)and(x<-162)and(y>-95)and(y<119)then(t9=t)and(stop(t))
 if(x>-241)and(x<-22)and(y>-95)and(y<-21)then(t10=t)and(stop(t))
 if(x>-101)and(x<-22)and(y>-235)and(y<-21)then(t11=t)and(stop(t))
 if(x>-101)and(x<118)and(y>-235)and(y<-161)then(t12=t)and(stop(t))
 if(x>39)and(x<118)and(y>-235)and(y<-21)then(t13=t)and(stop(t))
 if(x>40)and(x<258)and(y>-95)and(y<-21)then(t14=t)and(stop(t))
 if(x>179)and(x<258)and(y>-95)and(y<119)then(t15=t)and(stop(t))
 if(x>40)and(x<258)and(y>45)and(y<119)then(t16=t)and(stop(t))

CONCLUSIONES

Al finalizar este trabajo de tesis puedo concluir que:

- Con la ayuda de este software se logrará que los estudiantes se interesen más por la Física de manera divertida y didáctica.
- Modellus es un programa que permite a los maestros y sobre todo a los estudiantes, a facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- El programa Modellus ayuda al usuario a desarrollar sus destrezas mentales, motrices y creatividad.
- El programa Modellus permite que el usuario aprenda de manera más real cada uno de los temas que abarcan la unidad denominada “Campo Eléctrico Estático y Dieléctricos”
- Al utilizar este programa, el usuario será sujeto activo en la construcción de sus conocimientos.
- Utilizar programas informáticos en el proceso educativo exige que el docente y el estudiante se actualicen permanentemente.

RECOMENDACIONES

- ❖ Es necesario que el usuario antes de utilizar este programa, tenga un conocimiento previo sobre Modellus.
- ❖ Es importante que el usuario lea con detenimiento y atención las instrucciones antes de ejecutar una orden.
- ❖ Cabe destacar que es primordial que el docente este siempre presente para despejar cualquier duda o interrogante que tenga el estudiante.
- ❖ El usuario debe entender bien el orden de cada animación de esta manera logrará un óptimo aprendizaje.
- ❖ Para la creación de nuevas animaciones se recomienda realizarlas primero en un cuaderno de trabajo y luego realizarlas en el computador.
- ❖ Se recomienda que cada animación y gráfica, tenga una nomenclatura ordenada y un código propio.

BIBLIOGRAFÍA

- AVECILLAS JARA, Alberto Santiago, Electromagnetismo, Colección de obras científico – didácticas, Cuenca-Ecuador.
- SEARS- ZEMANSKY- YOUNG, “Física Universitaria”, 6ª Edición
- Enciclopedia EMA, Pedagogía moderna, España, 1978

DIRECCIONES EN INTERNET

- ✓ http://www.angelfire.com/zine2/umv_Ice_Lama/EP.htm
- ✓ http://bvs.sld.cu/revistas/mgi/vol14_6_98/mgi01698.htm
- ✓ <http://es.wikipedia.org/wiki/educación-permanente>
- ✓ <http://www.articulos-web.com/la-educación-permanente-una-necesidad- de-la-sociedad/>